

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2019 год

Первый тур

1. Столяр распилил шахматную доску на клетки за 70 минут. За какое время он распилит такую же доску на квадраты размером 2×2 клетки? (Размеры шахматной доски — 8×8 клеток. Время распила пропорционально его длине.)

1. 70 минут

2. Дан равносторонний треугольник. Существует ли четырехзвенная ломаная, вершины которой не совпадают с вершинами данного треугольника, и которая через каждую вершину этого треугольника проходит дважды?

3. В магазине «Всё для путешествий» продаются 20 плееров по цене от 500 до 800 рублей и 20 наушников по цене от 50 до 140 рублей. Известно, что любой один предмет стоит целое число рублей и никакие два не стоят одинаково. Докажите, что два покупателя смогут приобрести по одному плееру с наушниками, потратив одинаковое количество денег.

Второй тур

4. В финале комбинированного чемпионата мира по скалолазанию шесть спортсменок соревнуются в трёх дисциплинах. В каждой из них они распределяют между собой места с первого по шестое (дележей мест не бывает). Окончательный результат каждой спортсменки — произведение трёх занятых мест. Финальные результаты оказались такими: Янья — 5, Сол — 12, Джессика — 24, Акийо — 54, Михо — 64, Петра — 75. Как распределились места в первой дисциплине, если известно, что у Яньи она самая слабая из трех?

1 — Сол, 2 — Джессика, 3 — Петра, 4 — Михо, 5 — Янья, 6 — Акийо

5. Прямоугольный лист бумаги согнули по диагонали. Может ли периметр полученного пятиугольника оказаться равным периметру исходного листа?

6. На доске записано: $*** \times *** \times *** \times ***$. Играют двое: учитель и ученик. Учитель называет ненулевую цифру, а ученик ставит ее вместо одной из звёздочек, причем учитель видит, куда именно. Ученик хочет, чтобы после двенадцати пар ходов произведение четырёх получившихся трёхзначных чисел делилось на 9. Сможет ли он этого добиться независимо от того, какие цифры назовет учитель?

Третий тур

7. Два математика решили пообедать в кафе. Общая стоимость их заказов составила 770 рублей. Первый математик сказал: «Суммарное количество блюд, которые мы заказали, — простое число». Второй математик ответил: «Если ты такой умный, то я отдам тебе пряник стоимостью 64 рубля и после этого средняя стоимость блюд у каждого из нас увеличится на один рубль». Сколько рублей потратил каждый из них на свой заказ?

8. Внутри треугольника ABC отмечена точка P так, что сумма углов ABC и APC равна 180° и $CP = AB$. Докажите, что $\angle CAP < 60^\circ$.

9. Сколькими способами можно заполнить цифрами клетки квадрата размером 3×3 так, чтобы в каждой строке и каждом столбце сумма цифр была равна 7, а ненулевые цифры не повторялись?

216