

Московская устная математическая олимпиада

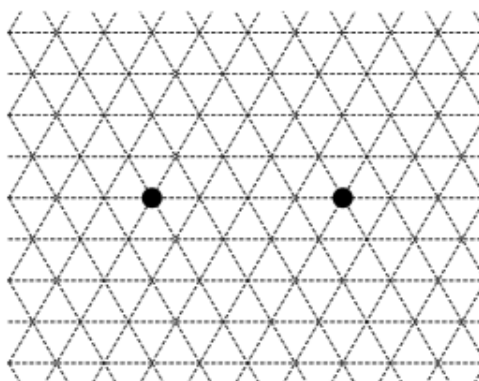
6 класс, 2014 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Сумма трёх различных наименьших делителей некоторого числа A равна 8. На сколько нулей может оканчиваться число A ?

2. Коля и Макс живут в городе с треугольной сеткой дорог (см. рисунок). В этом городе передвигаются на велосипедах, при этом разрешается поворачивать только налево. Коля поехал в гости к Максиму и по дороге сделал ровно 4 поворота налево. На следующий день Макс поехал к Коле и приехал к нему, совершив только один поворот налево. Оказалось, что длины их маршрутов одинаковы. Изобразите, каким образом они могли ехать (дома Коли и Макса отмечены).



3. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Компания из нескольких друзей вела переписку так, что каждое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек могло быть в этой компании?

5. На клетчатой доске размером 4×4 Петя закрашивает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки не пересекающимися и не выходящими за границу квадрата уголками из трёх клеток. Какое наименьшее количество клеток должен закрасить Петя, чтобы Вася не выиграл?

6. К кабинке канатной дороги, ведущей на гору, подошли четыре человека, которые весят 50, 60, 70 и 90 кг. Смотрителя нет, а в автоматическом режиме кабинка ездит туда-сюда только с грузом от 100 до 250 кг (в частности, пустой она не ездит), при условии, что пассажиров можно рассадить на две скамьи так, чтобы веса на скамьях отличались не более, чем на 25 кг. Каким образом все они смогут подняться на гору?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. Врун всегда лжёт, Хитрец говорит правду или ложь, когда захочет, а Переменчик говорит то правду, то ложь попеременно. Путешественник встретил Вруна, Хитреца и Переменчика, которые знают друг друга. Сможет ли он, задавая им вопросы, выяснить, кто есть кто?

8. Вася положил некую сумму в рублях в банк под 20% годовых. Петя взял другую сумму в рублях, перевёл её в доллары и положил в банк под 10% годовых. За год цена одного доллара в рублях увеличилась на 9,5%. Когда через год Петя перевёл свой вклад в рубли, то оказалось, что за год Вася и Петя получили одинаковую прибыль. У кого первоначально была сумма больше — у Васи или у Пети?

9. Четыре одинаковых кубика расположили на столе так, как показано на рисунке. Одна из граней каждого кубика покрашена в чёрный цвет. За один шаг разрешается повернуть одинаковым образом оба кубика из одного ряда (вертикального или горизонтального). Докажите, что, независимо от начального расположения чёрных граней, за несколько таких шагов можно расположить кубики чёрными гранями вверх.

