

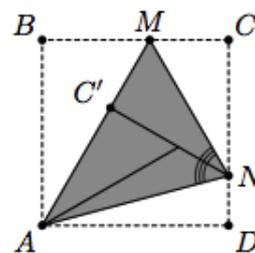
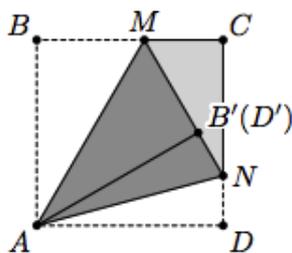
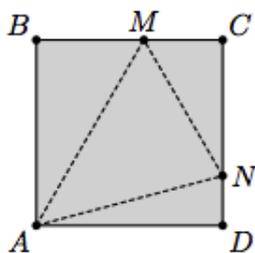
Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2013 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Астролог считает, что 2013 год *счастливым*, потому что 2013 нацело делится на сумму $20+13$. Будет ли когда-нибудь два счастливых года подряд?
2. В семье весёлых гномов папа, мама и ребёнок. Имена членов семьи: Саша, Женя и Валя. За обеденным столом два гнома сделали по два заявления. Валя: «Женя и Саша разного пола. Женя и Саша – мои родители». Саша: «Я – отец Вали. Я – дочь Жени». Восстановите имя и отчество гнома-ребёнка, если известно, что каждый гном один раз сказал правду, и один раз пошутил.
3. Из квадратного листа бумаги сложили треугольник (см. рисунки). Найдите отмеченный угол.



Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Два фокусника показывают зрителю такой фокус. У зрителя есть 24 карточки, пронумерованные числами от 1 до 24. Он выбирает из них 13 карточек и передает первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 11 карточек и, перемешав, передает эти три карточки второму фокуснику. Каким образом фокусники могут договориться так, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?
5. Разрежьте по клеточкам квадрат 7×7 на девять прямоугольников (не обязательно различных), из которых можно будет сложить любой прямоугольник со сторонами, не превосходящими 7.
6. На рисунке приведены три примера показаний исправных электронных часов. Сколько палочек могут перестать работать, чтобы время всегда можно было определить однозначно?

09:28

06:57

15:43

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. Можно ли в записи $2013^2 - 2012^2 - \dots - 2^2 - 1$ некоторые минусы заменить на плюсы так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 2013?

8. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , $\angle ABC = 120^\circ$. На продолжениях сторон AB и CB за точку B отмечены соответственно точки P и Q так, что $AP = CQ = AC$. Докажите, что угол PIQ — прямой.

9. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причем для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдется кружок, в котором занимается не менее двух третей всего класса.