Московская устная математическая олимпиада

6 класс, 2005 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 5 баллов.

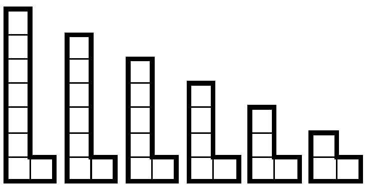
1. Найдите хотя бы одно решение ребуса

$$\mathtt{Я} + \mathtt{О} \cdot \mathtt{Н} + \mathtt{Д} \cdot \mathtt{Р} \cdot \mathtt{У} \cdot \mathtt{З} \cdot \mathtt{Ь} \cdot \mathtt{Я} = \mathtt{М} \cdot \mathtt{Ы}.$$

(Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными — разные.)

2. Дом имеет форму квадрата, разделённого на 9 одинаковых квадратных комнат. В каждой комнате живёт либо рыцарь, который всегда говорит только правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый житель дома заявил: «Среди моих соседей рыцарей больше, чем лжецов». Известно, что среди жителей дома есть и рыцари, и лжецы. Сколько среди них рыцарей? (Соседними считаются комнаты, имеющие общую стену.)

3. Из набора уголков (рис.) сложите прямоугольник.



Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Длину прямоугольника увеличили на 1 м, а ширину уменьшили на 1 мм. Могла ли при этом площадь прямоугольника уменьшиться?

5. Буфетчик делает молочно-вишнёвый коктейль, смешивая в миксере молоко и вишнёвый сок. Молоко стоит 20 рублей за литр, а вишнёвый сок — 30 рублей за литр. Известно, что стоимость молока, заливаемого в миксер, равна стоимости сока, заливаемого в миксер. Сколько стоит литр молочно-вишнёвого коктейля?

6. Является ли простым число 1111112111111?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 15 баллов.

7. По дороге на новогодний праздник несколько мальчиков помогали Деду Морозу нести подарки. Каждый из мальчиков нёс по три подарка, а остальные 142 подарка Дед Мороз вёз на санях. Все подарки Дед Мороз разделил поровну между всеми этими мальчиками и 14 девочками. Сколько могло быть мальчиков?

8. На Всемирном конгрессе мудрецов звездочёты сидят в ряд напротив алхимиков за большим длинным столом, а во главе стола сидит Самый Почтенный Мудрец. В первый день конгресса оказалось, что напротив каждого алхимика сидит звездочёт с более длинной бородой, чем у него. На второй день алхимики договорились сесть за столом в порядке возрастания длины бороды от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Но и звездочёты договорились между собой сесть в порядке возрастания длиннобородости от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Докажите, что и во второй день напротив каждого алхимика будет сидеть звездочёт с более длинной бородой, чем у него.

9. На стороне AB квадрата $ABCD$ отмечена произвольная точка M (рис.). Докажите, что площадь заштрихованного треугольника равна сумме площадей чёрных треугольников.