

Турнир городов

8–9 классы, весенний тур, базовый вариант, 2016/17 год

1. Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается (в десятичной записи) на 2016 и делится на 2017.
2. Докажите, что на графике любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом 1, имеющего ровно один корень, найдётся такая точка (p, q) , что трёхчлен $x^2 + px + q$ также имеет ровно один корень.
3. Из вершины A остроугольного треугольника ABC по биссектрисе угла A выпустили бильярдный шарик, который отразился от стороны BC по закону «угол падения равен углу отражения» и дальше катился по прямой, уже ни от чего не отражаясь. Докажите, что если $\angle A = 60^\circ$, то траектория шарика проходит через центр описанной окружности треугольника ABC .
4. В ряд стоят 100 детей разного роста. Разрешается выбрать любых 50 детей, стоящих подряд, и переставить их между собой как угодно (остальные остаются на своих местах). Как всего за шесть таких перестановок гарантированно построить всех детей по убыванию роста слева направо?
5. а) На каждой стороне десятиугольника (не обязательно выпуклого) как на диаметре построили окружность. Может ли оказаться, что все эти окружности имеют общую точку, не совпадающую ни с одной вершиной десятиугольника?
б) Решите ту же задачу для одиннадцатиугольника.