

Турнир городов

8–9 классы, весенний тур, базовый вариант, 2014/15 год

1. Можно ли раскрасить грани куба в три цвета так, чтобы каждый цвет присутствовал, но нельзя было увидеть одновременно грани всех трёх цветов, откуда бы мы ни взглянули на куб? (Одновременно можно увидеть только три любые грани, имеющие общую вершину.)

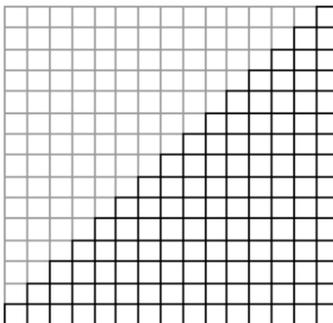
□

2. На стороне AB треугольника ABC отметили точки K и L так, что $KL = BC$ и $AK = LB$. Докажите, что отрезок KL виден из середины M стороны AC под прямым углом.

3. Петя сложил 10 последовательных степеней двойки, начиная с некоторой, а Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?

□

4. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать лесенку из 15 ступеней (см. рисунок)? Резать можно только по границам клеток.



□

5. Дано $2n + 1$ число (n — натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2, ..., два числа равны n . Для каких n эти числа можно записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального m от 1 до n между двумя числами, равными m , было расположено ровно m других чисел?

□