# Турнир городов

## 10–11 классы, осенний тур, базовый вариант, 2014/15 год

**1.** Существуют ли такие десять попарно различных натуральных чисел, что их среднее арифметическое больше их наибольшего общего делителя

а) ровно в шесть раз;

б) ровно в пять раз?

а) Да; б) нет

**2.** Вершины треугольника обозначены буквами $A$, $B$, $C$ по часовой стрелке. Треугольник последовательно поворачивают по часовой стрелке: сначала вокруг вершины $A$ на угол, равный углу $A$, потом — вокруг вершины $B$ на угол, равный углу $B$, и так далее по циклу (каждый раз поворот делают вокруг текущего положения очередной вершины). Докажите, что после шести поворотов треугольник займёт исходное положение.

**3.** Даны 15 целых чисел, среди которых нет одинаковых. Петя записал на доску все возможные суммы по 7 из этих чисел, а Вася — все возможные суммы по 8 из этих чисел. Могло ли случиться, что они выписали на доску одни и те же наборы чисел? (Если какое-то число повторяется несколько раз в наборе у Пети, то и у Васи оно должно повторяться столько же раз.)

Да

**4.** Даны $N$ прямоугольных треугольников ($N > 1$). У каждого выбрали по одному катету и нашли сумму их длин, затем нашли сумму длин оставшихся катетов, и, наконец, нашли сумму длин всех гипотенуз. Оказалось, что три найденных числа являются длинами сторон некоторого прямоугольного треугольника. Докажите, что все исходные треугольники подобны.

**5.** На столе лежала кучка серебряных монет. Каждым действием либо добавляли одну золотую монету и записывали количество серебряных монет на первый листок, либо убирали одну серебряную монету и записывали количество золотых монет на второй листок. В итоге на столе остались только золотые монеты. Докажите, что в этот момент сумма всех чисел на первом листке равнялась сумме всех чисел на втором.