

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

## 9 класс, 2018 год, вариант 2b

1. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 121-м месте?

0007E

2. У Феокиста Аристарховича есть 14 китайских ваз династии Цин, причём никакие две не были сделаны в один год. Вазы надо распределить по трём полкам, причём на каждую полку надо поставить хотя бы одну вазу и нельзя более древнюю вазу ставить ниже, чем менее древнюю. Найдите количество таких способов расстановки, если порядок ваз на одной полке не учитывается.

8L

3. На прямой расположены 14 точек  $A_1, \dots, A_{14}$ , идущие с промежутками 1 см. Коля строит окружности по следующим правилам.

- Окружности не пересекаются и не касаются.
- Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек  $A_1, \dots, A_{14}$ .
- Ни одна из этих точек не лежит на окружности.
- Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки  $A_1$  и  $A_2$  внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только  $A_1$  и  $A_2$  внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Коля сможет построить по этим правилам?

4. Назовём число  $x$  «25-подпирающим», если для любых 25 действительных чисел  $a_1, \dots, a_{25}$ , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого  $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$ .

В ответе укажите наибольшее 25-подпирающее число  $x$ , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

0,02

5. Последовательность  $a_n$  задана следующим образом:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите  $a_{200}$ .

40200

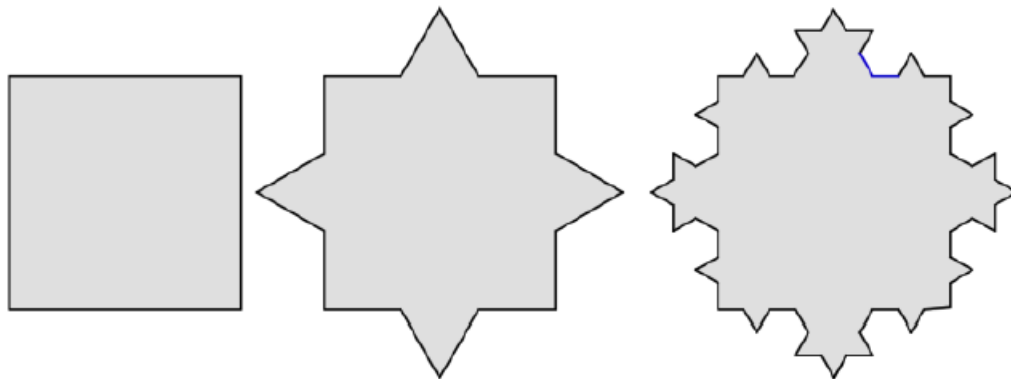
6. Назовём «зазубриванием» следующую операцию над многоугольником.

а) Каждую сторону многоугольника делим на три равные части.

б) Среднюю часть выбираем в качестве основания равностороннего треугольника, расположенного снаружи многоугольника.

в) Удаляем основание и добавляем две другие стороны.

Пусть  $K_0$  — квадрат со стороной 3,  $K_1$  — многоугольник, полученный путём зазубривания  $K_0$ ,  $K_2$  получен зазубриванием  $K_1$  (см. рисунок),  $\dots$ ,  $K_{2018}$  получен зазубриванием  $K_{2017}$ .



Найдите площадь  $S(K_{2018})$ . Ответ округлите до сотых по стандартным математическим правилам.

144