

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 3b

1. Каждый работник на стройке владеет по крайней мере одной строительной специальностью. 10 человек владеют специальностью каменщика, 9 — специальностью маляра, 8 — специальностью штукатура. Известно, что по крайней мере четверо владеют специальностями каменщика и штукатура одновременно, по крайней мере пятеро — специальностями каменщика и маляра, и по крайней мере трое — маляра и штукатура? Какое наибольшее количество работников может быть на стройке при этих условиях?

81

2. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 122-м месте?

40001

3. Школьный тренер решил наградить 12 школьников, которые пробежали дистанцию за лучшее время. Каждого из них надо наградить «золотой», «серебряной» или «бронзовой» медалью. Надо использовать все три типа медалей, причём того, кто пришел к финишу раньше, нельзя награждать менее ценной медалью, чем того, кто пришел позже.

Сколькими способами тренер может распределить медали (время у всех бегунов разное)?

55

4. На прямой расположены 16 точек  $A_1, \dots, A_{16}$ , идущие с промежутками 1 см. Миша строит окружности по следующим правилам.

- Окружности не пересекаются и не касаются.
- Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек  $A_1, \dots, A_{16}$ .
- Ни одна из этих точек не лежит на окружности.
- Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки  $A_1$  и  $A_2$  внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только  $A_1$  и  $A_2$  внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Миша сможет построить по этим правилам?

5. Назовём число  $x$  «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел  $a_1, \dots, a_{50}$ , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого  $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$ .

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее число  $x$ , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

10'0

6. Последовательность  $a_n$  задана следующим образом:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите  $a_{999}$ .

000666