

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2018 год, Москва

1. Найдите такое наименьшее натуральное число, что его половина есть пятая степень некоторого целого числа, а пятая часть есть квадрат некоторого целого числа.

200000

2. Найдите сумму $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$, если известно, что три различных действительных числа x , y и z удовлетворяют условиям:

$$x^3 + 1009 = 2018x, \quad y^3 + 1009 = 2018y, \quad z^3 + 1009 = 2018z$$

2

3. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} 3\sqrt{x} - 3^2\sqrt{y} \geq 2\sqrt{y} - \sqrt{x}, \\ x^2 + y^2 \leq 9 + 2xy. \end{cases}$$

2/3

4. Вычислите

$$\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{2-1}{2^3-1} + \operatorname{arctg} \frac{3-1}{3^3-1} + \dots + \operatorname{arctg} \frac{100-1}{100^3-1} \right).$$

203

5. Развёртка боковой поверхности усечённого конуса с образующей, равной 12, представляет собой часть кругового кольца с центральным углом $\frac{2\pi}{3}$. Найдите радиусы оснований этого усечённого конуса, если площадь его поверхности равна площади полного кругового кольца.

10 + 2\sqrt{35} и 14 + 2\sqrt{35}