

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2018 год, Уфа

1. Решите уравнение

$$\left(\arcsin \frac{3}{5} - \arccos \frac{4}{5} \right) \cdot x + \pi = 2 \operatorname{arctg} 3 + \operatorname{arctg} \frac{3}{4}.$$

$x \in \mathbb{R}$

2. Однажды два друга вложили деньги в общее дело: каждый вложил свою сумму, а вместе — 1 млн руб. За ночь один из них вложил в то же дело дополнительную сумму. Сколько всего денег он вложил в итоге, если его новая доля в общем деле оказалась в 7 раз больше прежней, тогда как доля другого — в 3 раза меньше прежней?

2,1 млн руб.

3. Решите неравенство

$$\frac{1}{3} \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x \leq 2 \cos^3 3x.$$

$\mathbb{Z} \ni n, n\pi + \frac{\pi}{2} \notin$

4. Внутри треугольника ABC взята такая точка D , что $\angle ABD = \angle CBD = 40^\circ$, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$. Найдите:

- а) углы BAD и BCD ;
- б) расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников ABC и BCD , если $BC = 3$.

а) $\angle BAD = 30^\circ$; $\angle BCD = 20^\circ$; б) $\sqrt{3}$

5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a \cdot 4^{\frac{1}{x}-1} + (a-1) \cdot 2^{\frac{1}{x}} - a^3 + 3a - 2 = 0$$

не имеет корней.

$a \in \mathbb{R}; a \leq 0, 1; \frac{2}{3} \leq a \leq 2$