

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2017 год, Саратов

1. Сколько натуральных чисел, делящихся на 4 и меньших 1000, не содержат в десятичной записи ни одной из цифр 3, 4, 5, 7 и 9?

67

2. Между пунктами A и B с постоянной скоростью курсирует один автобус (время на остановки пренебрежимо мало). Из пункта A в пункт B со скоростью 11 км/ч выехал велосипедист и за время пути строго между этими пунктами ровно 5 раз поравнялся с автобусом. В каких пределах может находиться скорость автобуса при этих условиях?

[33; 77]

3. В треугольной пирамиде длины перпендикуляров, опущенных из четырёх вершин на противоположные грани, равны 3, 4, 7 и $84/37$ соответственно. Найдите радиус вписанного в эту пирамиду шара.

 $\frac{7}{6}$

4. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$a \log_3 x + \log_{\frac{1}{2}} x > 1$$

имеет решения, причём среди решений нет больших 1.

[$-\infty; \log_2 3$)

5. Что больше:

$$\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ \quad \text{или} \quad \frac{200}{157} \pi ?$$

Большее