

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2010 год, Нижний Новгород

1. После вырубki нескольких деревьев в парке оказалось, что число оставшихся деревьев равно числу процентов, на которое число деревьев в парке уменьшилось за время вырубki. Какое наименьшее число деревьев могло остаться в парке?

02

2. Решите уравнение

$$\sqrt{1 - |x - 2|} + \sqrt{4x - x^2} = 3 + |x - 2|.$$

2

3. Высоты AK и CL остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Найдите величину угла BAC , если $AH = HK$ и $CH = 2HL$.

3333

4. Найдите минимальное натуральное число n , при котором система неравенств

$$\cos x \geq \cos \left(x + \frac{1}{8} \right) \geq \cos \left(x + \frac{2}{8} \right) \geq \dots \geq \cos \left(x + \frac{n}{8} \right)$$

не имеет решений.

27

5. При каких значениях параметра a неравенство

$$3 \cdot 4^x - 6a \cdot 2^x + 3a^2 + 2a - 14 < 0$$

не имеет решений?

$$(\infty + ; 2] \cap \left[\frac{8}{81^{1/3} - 1} ; \infty - \right)$$

6. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ длины всех рёбер равны 1. Некоторая плоскость пересекает отрезки SA , SB , SC , SD в точках K , L , M , N соответственно. Какие значения может принимать площадь треугольника SLN , если $SK = \frac{1}{2}$ и $SM = \frac{1}{3}$?

[$\frac{8}{1}$; $\frac{25}{2}$]