

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2012 год, Томск

1. Пятая часть персонала фирмы работает в транспортном отделе, ещё 52 сотрудника — в отделе продаж, остальные — в нескольких цехах, в каждом из которых работает $1/7$ персонала фирмы. Чему равна общая численность персонала?

2. Решите неравенство

$$2 \arcsin(x + 1) + \arcsin(4x^2 + 8x + 4) < 0.$$

3. В треугольнике PVG на стороне VG выбрана точка D так, что $PD = PV$. Точка F симметрична точке D относительно прямой PG . Найдите VF , если синус угла PGV равен $2/5$, а $PV = 5\sqrt{3}$.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых графики функций

$$f(x) = 3^{2x^2-4x+3} + a^3 \quad \text{и} \quad g(x) = a \cdot 3^{x^2-2x+3} - 5$$

имеют ровно три общие точки.

5. Высота правильной треугольной пирамиды, проведённая из вершины основания к противоположной боковой грани, равна 4. Какие значения может принимать площадь полной поверхности такой пирамиды?

Ответы

1. 140.

2. $\left(-\frac{5+\sqrt{5}}{5}; -1\right)$.

3. $6\sqrt{7}$.

4. $1, \frac{-1+\sqrt{33}}{2}$.

5. $\left[\frac{64}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.