

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2012 год, Екатеринбург. 1

1. Лошадь съедает 1 ц корма за 8 дней, осёл — за 12 дней, а верблюд — за 8 дней. На сколько дней хватит 85 ц корма 7 лошадям, 5 ослам и 5 верблюдам?
2. Найдите сумму общих членов прогрессий 12, 15, 18, ... и 1, 3, 9, ..., если в каждой из них 100 членов.
3. Окружность радиуса 2 проходит через вершину B треугольника ABC , через середину стороны AB и через середину отрезка BP , где P — точка пересечения биссектрисы угла ABC и серединного перпендикуляра к стороне AC . Найдите длину AC , если известно, что $PC = 2\sqrt{3}$.
4. Решите уравнение

$$\log_{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}(x^2 - 2x - 2) = \log_{2+\sqrt{3}}(x^2 - 2x - 3).$$

5. Радиус сферы, вписанной в правильную треугольную пирамиду, равен R . Найдите величину двугранного угла при боковом ребре этой пирамиды, при которой максимален объём другой пирамиды, вершинами которой служат центр вписанной в исходную пирамиду сферы и точки касания этой сферы с боковыми гранями исходной пирамиды.

Ответы

1. 40.

2. 351.

3. $\sqrt{39}$.

4. $1 \pm \sqrt{11 + 4\sqrt{3}}$.

5. 90° .