

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2011 год, вариант 1

1. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если сумма её членов, взятых через один, начиная со второго, равна 2, а сумма её членов, взятых через один, начиная с третьего, равна 1.

2. Найдите наименьшее натуральное решение уравнения

$$\sin(2011x)^\circ = \sin x^\circ.$$

3. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенством

$$||x| - 6| + ||y| - 7| \leq 10.$$

4. Для детского сада закупили наборы конфет трёх разных типов, потратив 2200 рублей. Первый набор стоит 50 рублей и содержит 25 конфет. Второй набор стоит 180 рублей и содержит 95 конфет, третий набор стоит 150 рублей и содержит 80 конфет. Сколько каких наборов купили, если общее количество конфет в них максимально?

5. Продолжение биссектрисы CD треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке E . Окружность, описанная около треугольника ADE , пересекает прямую AC в точке F , отличной от A . Найдите BC , если $AC = b$, $AF = a$.

Ответы

1. 6.

2. 12.

3. 700.

4. Первый набор — 2 штуки; второй набор — 5 штук; третий набор — 8 штук.

5. Если A между C и F , то $BC = a + b$; если F между A и C , то $BC = b - a$.