

Математический праздник

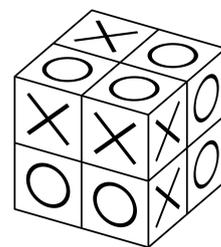
6 класс, 2021 год

Задача 1. [4 балла] а) Впишите в клеточки четыре различные цифры, чтобы произведение дробей равнялось $\frac{20}{21}$:

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{20}{21}.$$

Решите эту задачу для трёх других арифметических действий: б) деления; в) вычитания; г) сложения.

Задача 2. [5 баллов] а) Мальвина разбила каждую грань куба $2 \times 2 \times 2$ на единичные квадраты и велела Буратино в некоторых квадратах написать крестики, а в остальных нолики так, чтобы каждый квадрат граничил по сторонам с двумя крестиками и двумя ноликами. На рисунке показано, как Буратино выполнил задание (видно только три грани). Докажите, что Буратино ошибся.

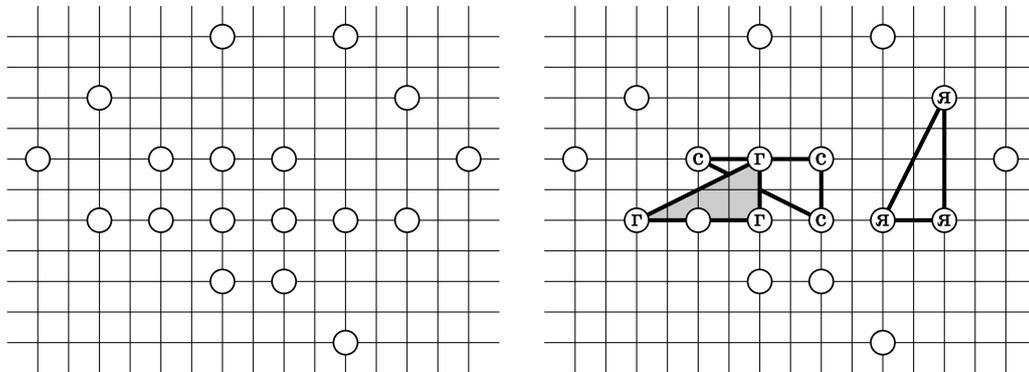


б) Помогите Буратино выполнить задание правильно. Достаточно описать хотя бы одну верную расстановку.

Задача 3. [5 баллов] Братья Петя и Вася решили снять смешной ролик и выложить его в интернет. Сначала они сняли, как каждый из них идет из дома в школу — Вася шел 8 минут, а Петя шел 5 минут. Потом пришли домой и сели за компьютер монтировать видео: они запустили одновременно Васиное видео с начала и Петино видео с конца (в обратном направлении); в момент, когда на обоих роликах братья оказались в одной и той же точке пути, они склеили Петино видео с Васиным. Получился ролик, на котором Вася идет из дома в школу, а потом в какой-то момент вдруг превращается в Петю и идет домой задом наперед. А какой длительности получился ролик?

Задача 4. [6 баллов] Внутри клетчатого прямоугольника периметра 50 клеток по границам клеток вырезана прямоугольная дырка периметра 32 клетки (дырка не содержит граничных клеток). Если разрезать эту фигуру по всем горизонтальным линиям сетки, получится 20 полосок шириной в 1 клетку. А сколько полосок получится, если вместо этого разрезать ее по всем вертикальным линиям сетки? (Квадратик 1×1 — это тоже полоска!)

Задача 5. [7 баллов] Царь пообещал награду тому, кто сможет на каменистом пустыре посадить красивый фруктовый сад. Об этом узнали два брата. Старший смог выкопать 18 ям (см. рис. слева). Больше нигде не удалось, только все лопаты сломал. Царь рассердился и посадил его в темницу. Тогда младший брат Иван предложил разместить яблони, груши и сливы в вершинах равных треугольников (см. рис. справа), а остальные ямы засыпать.



Царь ответил так:

— Хорошо, если деревьев каждого вида будет ровно по три и они будут расти в вершинах равных треугольников, выйдет красиво. Но три вида — слишком мало. Если кроме яблонь, груш и слив будут еще и абрикосы — отпущу брата. Если добавишь пятый вид — черешню — заплачу за работу. Мне еще миндаль нравится, но шесть треугольников ты тут не сможешь разместить.

— А если смогу?

— Тогда проси чего хочешь!

Иван задумался, не получить ли заодно и полцарства. Подумайте и вы: разместите как можно больше видов деревьев в вершинах равных треугольников. (Равенство треугольников означает равенство всех его сторон и углов, то есть точное совпадение при наложении; треугольники можно поворачивать и переворачивать. В одной яме может расти только одно дерево.)

Задача 6. [8 баллов] На витрине ювелирного магазина лежат 15 бриллиантов. Рядом с ними стоят таблички с указанием масс, на которых написано 1, 2, ..., 15 карат. У продавца есть чашечные весы и четыре гирьки массами 1, 2, 4 и 8 карат. Покупателю разрешается только один тип взвешиваний: положить один из бриллиантов на одну чашу весов, а гирьки — на другую и убедиться, что масса на соответствующей табличке указана верно. Однако за каждую взятую гирьку нужно заплатить продавцу 100 монет. Если гирька снимается с весов и в следующем взвешивании не участвует, продавец забирает ее. Какую наименьшую сумму придется заплатить, чтобы проверить массы всех бриллиантов?

Критерии награждения

- Диплом I степени — от 27 баллов.
- Диплом II степени — от 23 до 26 баллов.
- Диплом III степени — от 17 до 22 баллов.
- Похвальная грамота — от 11 до 16 баллов.