

# Московская математическая олимпиада

8 класс, 2023 год

1. Даны три различных ненулевых числа. Петя и Вася составляют квадратные уравнения, подставляя эти числа в качестве коэффициентов, но каждый раз в новом порядке. Если у уравнения есть хотя бы один корень, то Петя получает фантик, а если ни одного, то фантик достаётся Васе. Первые три фантика достались Пете, а следующие два — Васе. Можно ли определить, кому достанется последний, шестой фантик?
2. На столе в ряд стоят 23 шкатулки, в одной из которых находится приз. На каждой шкатулке написано либо «Здесь приза нет», либо «Приз в соседней шкатулке». Известно, что ровно одно из этих утверждений правдиво. Что написано на средней шкатулке?
3. Докажите, что в прямоугольном треугольнике с углом 30 градусов одна биссектриса в два раза короче другой.
4. Назовём натуральное число *хорошим*, если в его десятичной записи есть только нули и единицы. Пусть произведение двух хороших чисел оказалось хорошим числом. Правда ли, что тогда сумма цифр произведения равна произведению сумм цифр сомножителей?
5. На сторонах равностороннего треугольника  $ABC$  построены во внешнюю сторону треугольники  $AB'C$ ,  $CA'B$ ,  $BC'A$  так, что получился шестиугольник  $AB'CA'BC'$ , в котором каждый из углов  $A'BC'$ ,  $C'AB'$ ,  $B'CA'$  больше 120 градусов, а для сторон выполняются равенства  $AB' = AC'$ ,  $BC' = BA'$ ,  $CA' = CB'$ . Докажите, что из отрезков  $AB'$ ,  $BC'$ ,  $CA'$  можно составить треугольник.
6. На каждую клетку доски  $8 \times 8$  поставили по сторожу. Каждый сторож может смотреть в одном из четырёх направлений (вдоль линий доски) и сторожить всех сторожей на линии своего взгляда. Для какого наибольшего  $k$  можно так направить взгляды сторожей, чтобы каждого сторожа сторожили не менее  $k$  других сторожей?