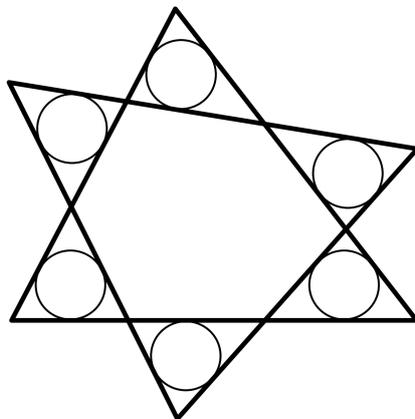


Московская математическая олимпиада

10 класс, 2022 год

1. Найдите наибольшее натуральное n , обладающее следующим свойством: для любого простого нечетного p , меньшего n , разность $n - p$ также является простым числом.
2. Точки M и N — середины сторон AB и AC треугольника ABC . Касательная ℓ к описанной окружности треугольника ABC в точке A пересекает прямую BC в точке K . Докажите, что описанная окружность треугольника MKN касается ℓ .
3. Среди любых пяти узлов обычной клетчатой бумаги обязательно найдутся два, середина отрезка между которыми — тоже узел клетчатой бумаги. А какое минимальное количество узлов сетки из правильных шестиугольников необходимо взять, чтобы среди них обязательно нашлось два, середина отрезка между которыми — тоже узел этой сетки?
4. Дан многочлен степени 2022 с целыми коэффициентами и со старшим коэффициентом 1. Какое наибольшее число корней он может иметь на интервале $(0; 1)$?
5. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику, который отсекает от них 6 маленьких треугольников. Радиусы вписанных окружностей этих шести треугольников равны. Докажите, что радиусы вписанных окружностей двух исходных треугольников также равны.



6. Андрей Михайлович выписал на доску все возможные последовательности длины 2022, состоящие из 1011 нулей и 1011 единиц. Назовём две последовательности совместимыми, если они совпадают ровно в 4 позициях. Докажите, что Андрей Михайлович может разбить все последовательности на 20 групп так, чтобы никакие две совместимые последовательности не попали в одну группу.