# Московская математическая олимпиада

## 10 класс, 2016 год

**1.** Можно ли число $1/10$ представить в виде произведения десяти положительных правильных дробей?

Да

**2.** Внутри выпуклого четырехугольника $A_1A_2B_2B_1$ нашлась такая точка $C$, что треугольники $CA_1A_2$ и $CB_1B_2$ — правильные. Точки $C_1$ и $C_2$ симметричны точке $C$ относительно прямых $A_2B_2$ и $A_1B_1$ соответственно. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны.

**3.** Уравнение с целыми коэффициентами $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ имеет четыре положительных корня с учетом кратности. Найдите наименьшее возможное значение коэффициента $b$ при этих условиях.

6

**4.** Бесконечную клетчатую доску раскрасили шахматным образом, и в каждую белую клетку вписали по отличному от нуля целому числу. После этого для каждой чёрной клетки посчитали разность: произведение того, что написано в соседних по горизонтали клетках, минус произведение того, что написано в соседних по вертикали. Могут ли все такие разности равняться 1?

Да

**5.** В куб с ребром 1 поместили 8 непересекающихся шаров (возможно, разного размера). Может ли сумма диаметров этих шаров быть больше 4?

Да

**6.** В однокруговом хоккейном турнире принимало участие 2016 команд. По регламенту турнира за победу даётся 3 очка, за поражение 0 очков, а в случае ничьей назначается дополнительное время, победитель которого получает 2 очка, а проигравший — 1 очко. По окончании турнира Остапу Бендеру сообщили количество очков, набранных каждой командой, на основании чего он сделал вывод, что не менее $N$ матчей закончились дополнительным временем. Найдите наибольшее возможное значение $N$.

1512