

**Московская математическая олимпиада****8 класс, 2015 год**

1. Володя бежит по круговой дистанции с постоянной скоростью. В двух точках дистанции стоит фотограф. После старта Володя 2 минуты был ближе к первому фотографу, затем 3 минуты — ближе ко второму фотографу, а потом снова ближе к первому. За какое время Володя пробежал весь круг?

2. Внутри параллелограмма  $ABCD$  отметили точку  $E$  так, что  $CD = CE$ . Докажите, что прямая  $DE$  перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков  $AE$  и  $BC$ .

3. Миша заметил, что на электронном табло, показывающем курс доллара к рублю (4 цифры, разделенные десятичной запятой), горят те же самые четыре различные цифры, что и месяц назад, но в другом порядке. При этом курс вырос ровно на 20%. Приведите пример того, как такое могло произойти.

4. Будем называть натуральное число *почти квадратом*, если это либо точный квадрат, либо точный квадрат, умноженный на простое число. Могут ли 8 почти квадратов идти подряд?

5. В остроугольном треугольнике  $ABC$ , в котором  $\angle A = 45^\circ$ , проведены высоты  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Биссектриса угла  $BA_1A_1$  пересекает прямую  $B_1A_1$  в точке  $D$ , а биссектриса угла  $CAA_1$  пересекает прямую  $C_1A_1$  в точке  $E$ . Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $CE$ .

6. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император нет.

На празднике император задает каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнает, добрый он был или злой. Затем император вновь задает каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса).

Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.