

Московская математическая олимпиада

10 класс, 2010 год

1. Известно, что сумма любых двух из трёх квадратных трёхчленов $x^2 + ax + b$, $x^2 + cx + d$, $x^2 + ex + f$ не имеет корней. Может ли сумма всех этих трёхчленов иметь корни?
2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = a$ и $BC = b$. Точки M и N лежат на сторонах AB и CD соответственно, причём отрезок MN параллелен основаниям трапеции. Диагональ AC пересекает этот отрезок в точке O . Найдите MN , если известно, что площади треугольников AMO и CNO равны.
3. Можно ли, применяя к числу 2 функции \sin , \cos , tg , ctg , \arcsin , \arccos , arctg , arcctg в любом количестве и в любом порядке, получить число 2010?
4. Сумма цифр числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 100^3 ?
5. В неравностороннем треугольнике две медианы равны двум высотам. Найдите отношение третьей медианы к третьей высоте.
6. На плоскости отметили $4n$ точек, после чего соединили отрезками все пары точек, расстояние между которыми равно 1 см. Оказалось, что среди любых $n + 1$ точек обязательно есть две, соединённые отрезком. Докажите, что всего проведено не менее $7n$ отрезков.