

Механико-математический факультет МГУ

Письменный экзамен, 1998 год (июль)

1. Решить неравенство

$$3 \cdot \sqrt{|x+1|} - 3 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$$

$$\left[\frac{7}{19^{\wedge} + 11} ; 8 \right] \ni x$$

2. Решить неравенство

$$\log_{\frac{2x+2}{5x-1}} (10x^2 + x - 2) \leq 0.$$

$$(\infty + ; 1) \cap \left[\frac{7}{1} ; \frac{9}{2} \right) \cap (1 - ; \infty -) \ni x$$

3. Решить уравнение

$$3 \cdot 2^{\cos x} + 3\sqrt{1 - \sin^2 x} + 11 \cdot 2^{2 \cos x} - 34 = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni u ; u \wedge z + \frac{8}{2} \mp$$

4. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC , касается основания AC в точке D и боковой стороны AB в точке E . Точка F — середина стороны AB , а точка G — точка пересечения окружности и отрезка FD , отличная от D . Касательная к окружности, проходящая через точку G , пересекает сторону AB в точке H . Найти угол BCA , если известно, что $FH : HE = 2 : 3$.

$$\frac{7}{3} \text{ arcsin} = \sphericalangle BCA$$

5. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} \cos^2(\pi xy) - 2 \sin^2(\pi x) - 3 \sin^2(\pi y) - 2 + \operatorname{tg}(\pi a) = 0, \\ \cos(\pi xy) - \frac{3}{2} \sin^2(\pi x) - 2 \sin^2(\pi y) - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\pi a) = 0, \\ \log_2 \left(1 + 4 \sin^2 \left(\frac{\pi a}{4} - \frac{\pi}{16} \right) - x^2 - y^2 \right) \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения?

$$\mathbb{Z} \ni u ; u \wedge + \frac{7}{9}$$

6. Дана пирамида $ABCD$. Сфера касается плоскостей DAB , DAC и DBC в точках K , L и M соответственно. При этом точка K находится на стороне AB , точка L — на стороне AC , точка M — на стороне BC . Известно, что радиус сферы равен 3,

$$\angle ADB = 90^\circ, \quad \angle BDC = 105^\circ, \quad \angle ADC = 75^\circ.$$

Найти объем пирамиды.