

Механико-математический факультет МГУ

Письменный экзамен, 1997 год (июль)

1. Решить уравнение

$$(2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni k, u, k + \frac{9}{\pi}$$

2. Решить неравенство

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right) \cdot \log_{13-3 \cdot 2^x} 4 \leq 1.$$

$$\left(\frac{8}{13} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right) \cap \left(\frac{8}{13} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right]$$

3. Из пункта A в пункт B со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через некоторое время с постоянной скоростью выехал второй. После остановки на 20 мин в пункте B второй автомобиль поехал с той же скоростью назад и через 48 км встретил первый автомобиль, шедший навстречу. Найти расстояние от A до места первой встречи автомобилей, если $AB = 480$ км и в момент прибытия первого автомобиля в B расстояние между автомобилями было равно 120 км.

$$160 \text{ км}$$

4. В треугольнике ABC длина AB равна 3, $\angle ACB = \operatorname{arcsin} \frac{3}{5}$. Хорда KN окружности, описанной около треугольника ABC , пересекает отрезки AC и BC в точках M и L соответственно. Известно, что $\angle ABC = \angle CML$, площадь четырехугольника $ABLM$ равна 2, а длина LM равна 1. Найти высоту треугольника KNC , опущенную из вершины C , и его площадь.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}$$

5. Для всех значений параметра a решить уравнение

$$\left|x^4 + \frac{2a-1}{3}x^2 + \frac{2a^2+a+2}{12}\right| = \frac{a}{2} \cdot \left|x^2 + \frac{a}{3} - \frac{1}{6}\right| + \frac{a+1}{6}.$$

$$\tau < v \text{ илн } 0 < \tau \geq v \geq \frac{\tau}{1} \text{ илн } 0 < \frac{9}{v-\tau} \wedge \tau > \frac{\tau}{1} > v > 0 \text{ илн } \frac{9}{v-\tau} \wedge \tau > 0 \geq v \geq 1 - \text{ илн } \frac{\tau}{v-\tau} \wedge \tau < \frac{9}{v-\tau} \wedge \tau < 1 - > v \text{ илн } \emptyset$$

6. Вокруг пирамиды $ABCD$ описана сфера. Вторая сфера радиуса 1 касается первой внутренним образом в точке D , а также касается плоскости ABC . Известно, что

$$AD = 3, \quad \cos \angle BAC = \frac{4}{5}, \quad \cos \angle BAD = \cos \angle CAD = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Найти объем пирамиды $ABCD$.

$$\frac{9}{81}$$