

Механико-математический факультет МГУ

Досрочный экзамен, 1995 год (май)

1. Решите неравенство

$$\frac{4x + 15 - 4x^2}{\sqrt{4x + 15} + 2x} \geq 0.$$

$$\left[\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right) \cap \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{9}\right]$$

2. Сколько корней имеет уравнение

$$\log_2 (40 - 5x^2 + x^2 \cdot 2^x) = x + 3?$$

8

3. Найти все числа k , для которых функция

$$y(x) = k(2 \sin x + \cos^2 x + 1)$$

не принимает значений больше 3.

[1; 3]

4. На боковой стороне AB трапеции $ABCD$ взята такая точка M , что $AM : BM = 2 : 3$. На противоположной стороне CD взята такая точка N , что отрезок MN делит трапецию на части, одна из которых по площади втрое больше другой. Найти отношение $CN : DN$, если $BC : AD = 1 : 2$.

$\frac{62}{3}$

5. Высота пирамиды равна 5, а основанием служит треугольник со сторонами 7, 8 и 9. Некоторая сфера касается плоскостей всех боковых граней пирамиды в точках, лежащих на сторонах основания. Найти радиус сферы.

9/8

6. Пусть x_1 — наибольший отрицательный корень уравнения

$$\sqrt{3} \sin x - 3 \cos x = 2a - 1,$$

а x_2 — наименьший положительный корень уравнения

$$2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x = a.$$

Найти все значения a , при каждом из которых $|x_1| \leq |x_2|$.

$\{2\} \cap [1 - \sqrt{2}; \frac{2}{3}]$