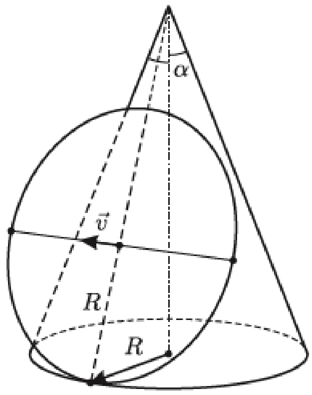
Московская олимпиада школьников по физике

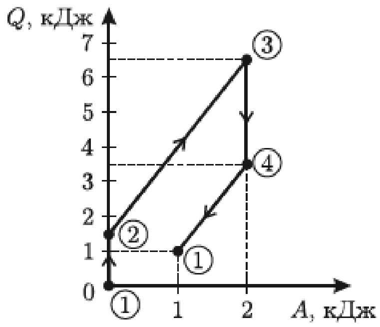
11 класс, второй тур, 2009 год

Задача 1. Тонкий диск катится по горизонтальной плоскости без скольжения, опираясь в каждый момент времени по диаметру своего основания на гладкую боковую поверхность прямого кругового конуса, стоящего на этой плоскости. Угол при вершине конуса равен 2α, радиус основания конуса равен радиусу диска (см. рисунок). Определить скорости крайних точек горизонтального диаметра диска, если его центр движется со скоростью v. Есть ли на диске точки, движущиеся с большей скоростью, чем крайние точки горизонтального диаметра?



См. конец листка

Задача 2. На рисунке изображён график циклического равновесного процесса 1–2–3–4–1, проводимого над идеальным одноатомным газом в количестве $\nu = 0{,}5$ моль. По горизонтальной оси отложена работа A, совершённая газом с момента начала процесса, по вертикальной оси — полученное газом количество теплоты Q. Перерисуйте график в координатах «давление p — объём V» и определите КПД, а также максимальную и минимальную температуры газа в данном цикле.

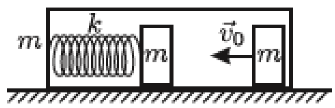


$\eta = \frac{2}{13}$; $T_{max} = T_3 \approx 960$ К, $T_{min} = T_1 \approx 240$ К

Задача 3. Из тонкой жёсткой проволоки изготовили кольцо радиусом R, которое закрепили так, чтобы его плоскость была горизонтальна. На кольцо нанесли заряд Q. На оси кольца на высоте h над ним удерживают маленький шарик массой m, имеющий одноимённый с кольцом заряд q. Какую по модулю скорость надо сообщить шарику, толкнув его вверх, чтобы он, двигаясь по вертикали, пролетел в дальнейшем сквозь кольцо?

См. конец листка

Задача 4. На гладком столе стоит коробка массой m (см. рисунок). В коробке находятся два бруска, масса каждого из которых также равна m. Трения в системе нет. Левый брусок соединён с коробкой лёгкой горизонтальной пружиной жёсткостью k. Правому бруску сообщили скорость v_0 в направлении левого бруска. При столкновении бруски слипаются и движутся дальше как одно целое. Найдите максимальную скорость коробки и максимальное сжатие пружины при дальнейшем движении.



$v_{max} = \frac{2}{3}v_0$, $x_{max} = v_0\sqrt{\frac{m}{6k}}$

Задача 5. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием F и зеркального шарика радиусом R, центр которого находится на главной оптической оси линзы на расстоянии d от неё. Определить расстояние a от линзы до точечного источника света S, расположенного на оптической оси системы, если изображение источника в данной системе совпадает с самим источником.

$a_1 = \frac{Fd}{d-F}$ и $a_2 = \frac{F(d-R)}{d-R-F}$ при $d > R + F$; $a = \frac{Fd}{d-F}$ при $F < d \leqslant R + F$; нет решений при $d \leqslant F$

Ответ к задаче 1

Мгновенная ось ℓ вращения диска проходит через точку касания диска с горизонтальной плоскостью и точку пересечения вертикальной оси конуса с главной осью симметрии диска.

Скорости крайних точек горизонтального диаметра диска:

$$u = v\sqrt{\frac{3-\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\,;$$

вектор $\vec{u}$ составляет с диаметром диска угол

$$\beta = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2}{1-\sin\alpha}}$$

в плоскости, проходящей через данный диаметр перпендикулярно оси ℓ.

На краю диска есть точки, движущиеся с большей скоростью; они расположены на концах горизонтальных хорд, проходящих выше центра диска.

Ответ к задаче 3

Используются обозначения:

x_1 — наименьший корень уравнения

$$\frac{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}{x} = \frac{kQq}{mg}\,;$$

x_2 — наибольший корень уравнения

$$x + \frac{kQq}{mg\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{R^2+2x_1^2}{x_1}\,.$$

Если $\dfrac{kQq}{mgR^2} \leqslant \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ или $h \notin [x_1; x_2]$, то $v_{\min} = 0$. Если же $\dfrac{kQq}{mgR^2} > \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ и $h \in [x_1; x_2]$, то

$$v_{\min} = \sqrt{2g(x_1-h) + \frac{2kQq}{m}\left(\frac{1}{\sqrt{R^2+x_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)}\,.$$