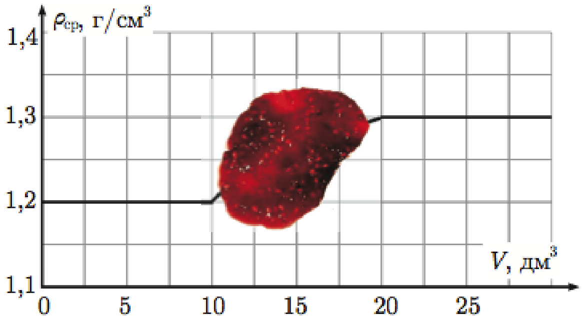
Олимпиада им. Дж. К. Максвелла

8 класс, заключительный этап, 2015/16 год

Задача 1. От пристани А к пристани Б вниз по течению реки стартует катер, а одновременно с ним по берегу — велосипедист, который движется **неравномерно**. Расстояние между пристанями $L = 5$ км. Капитану катера передаётся информация о скорости велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера **относительно воды** равной скорости велосипедиста. Доплыв до пристани Б, катер быстро разворачивается и встречает велосипедиста на расстоянии $S = 4$ км от пристани А. На сколько дольше катер плыл по течению реки, чем против течения до встречи с велосипедистом? Скорость течения реки $u = 5$ км/ч.

$\boxed{\Delta t = \frac{2(L-S)}{u} = 24 \text{ мин}}$

Задача 2. При производстве варенья в большой бак постепенно наливают сироп. В первую порцию, имеющую плотность ρ_1, добавляют вторую, плотность которой ρ_2, затем третью с плотностью ρ_3. На графике (см. рисунок) показано, как изменяется средняя плотность находящегося в баке сиропа по мере заполнения бака. К сожалению, на график капнули готовым вареньем, и часть информации пропала. Найдите массу каждой порции сиропа. До какого объёма V_0 был заполнен бак к тому моменту, когда средняя плотность содержимого составила $\rho_0 = 1250$ кг/м^3?



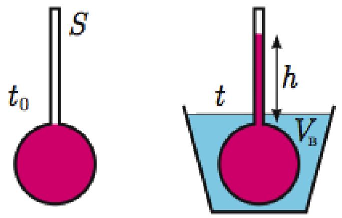
$\boxed{m_1 = 12 \text{ кг}, m_2 = 14 \text{ кг}, m_3 = 13 \text{ кг}, V_0 = 13{,}3 \text{ дм}^3}$

Задача 3. Говорят, что однажды Архимед, найдя точку опоры, приподнял себя вместе с ванной, используя систему блоков (см. рисунок).

Масса ванны с водой $M = 120$ кг, масса Архимеда $m = 90$ кг. Чему равна «сила Архимеда» — сила, которую Архимед прикладывал к верёвке при подъёме? Какая минимальная часть объёма Архимеда могла при этом находиться над водой? Считайте среднюю плотность Архимеда примерно равной плотности воды. Трением в осях блоков, массой блоков и верёвки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

$\boxed{T = \frac{M+m}{3} g = 700 \text{ Н}, \frac{\Delta V}{V} = \frac{7}{9}}$

Задача 4. Экспериментатор Глюк собрал демонстрационный термометр. Для этого он взял стеклянную колбу с вставленной в неё тонкой трубкой, площадь поперечного сечения которой $S = 25$ мм^2 (см. рисунок). Колбу экспериментатор заполнил до самого верха подкрашенным спиртом, имеющим комнатную температуру t_0. После погружения в банку, в которой находился $V_в = 1$ л тёплой воды, столбик спирта в трубке поднялся на $h = 10$ см, а термометр показал температуру $t_1 = 40\,^\circ$C. Определите температуру воды в банке до погружения в неё термометра. Теплоёмкостью стекла, банки, а также потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь. Теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C), спирта — $c_с = 2400$ Дж/(кг $\cdot$ °C), плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность спирта при температуре t_0 равна $\rho_с = 1000$ кг/м^3.



Указание: в рассматриваемом диапазоне температур можно считать, что с ростом температуры t объём спирта V увеличивается по линейному закону $V = V_0(1 + \beta(t - t_0))$, где V_0 — объём спирта при температуре t_0, $\beta = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\,^\circ\text{C}^{-1}$ — температурный коэффициент объёмного расширения спирта.

$$\boxed{t_x = t_1 + \frac{c_с \rho_с S h}{\beta c_в \rho_в V_в} = 41\,^\circ\text{C}}$$