Олимпиада «Ломоносов» по математике

9 класс, 2017 год

1. На доске было написано 21 последовательное натуральное число. Когда одно из чисел стёрли, сумма оставшихся стала равна 2017. Какое число стёрли?

$\boxed{104}$

2. Прямая проходит через точку с координатами $(10, 0)$ и пересекает параболу $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2. Найдите $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

$\boxed{\frac{1}{10}}$

3. Сколько диагоналей в правильном 32-угольнике не параллельны ни одной из сторон этого 32-угольника?

$\boxed{240}$

4. Про натуральные числа m и n известно, что $3n^3 = 5m^2$. Найдите наименьшее возможное значение $m + n$.

5. Петя и Вася играют в игру. На доске написано число:

$$1122333444555566667777.$$

За один ход разрешается стереть любое количество одинаковых цифр. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю цифру. Петя ходит первым. Может ли он так ходить, чтобы гарантированно выиграть?

6. Из отрезков длин 3, 5, 7 и 9 составлен четырёхугольник, в который вписана окружность. К ней проведены две касательные: одна пересекает одну пару соседних сторон четырёхугольника, а другая — пару оставшихся. Найдите разность периметров треугольников, отсечённых от четырёхугольника этими касательными.

$\boxed{\text{4 или 8}}$

7. Про функцию $y = f(x)$ известно, что она определена и непрерывна на всей числовой прямой, нечётна и периодична с периодом 5, а также что $f(-1) = f(2) = -1$. Какое наименьшее число корней может иметь уравнение $f(x) = 0$ на отрезке $[1755; 2017]$?