Олимпиада «Ломоносов» по математике

7 класс, 2015 год

1. В полном контейнере находятся 150 арбузов и дынь на общую сумму 24 тыс. руб., при этом все арбузы суммарно стоят столько же, сколько все дыни. Сколько стоит один арбуз, если известно, что дынь (без арбузов) контейнер вмещает 120 штук, а арбузов (без дынь) — 160?

100 рублей

2. Для двух положительных чисел $a \neq b$ известно, что

$$a^2 - 2015a = b^2 - 2015b.$$

Какое наименьшее значение может принимать $a^2 + b^2$?

$\frac{2015^2}{2}$

3. Таблицу размера 3×3 надо заполнить числами 2014, 2015 и 2016 так, чтобы сумма чисел в каждой строке была одинаковой. Сколькими различными способами можно это сделать?

831

4. На день рождения Андрея последней пришла Яна, подарившая ему мяч, а предпоследним — Эдуард, подаривший ему калькулятор. Испытывая калькулятор, Андрей заметил, что произведение количества всех его подарков на количество подарков, которые были у него до прихода Эдуарда, ровно на 16 больше, чем произведение его возраста на количество подарков, которые были у него до прихода Яны. Сколько подарков у Андрея?

18

5. В равностороннем треугольнике ABC на стороне BC выбраны точки A_1 и A_2 так, что $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$. На стороне AC выбрана точка B_1 так, что $AB_1 : B_1C = 1 : 2$. Найдите сумму углов AA_1B_1 и AA_2B_1.

30°

6. Найдите наибольшее возможное значение НОД$(x + 2015y, y + 2015x)$, если известно, что x и y — взаимно простые числа.

$2015^2 - 1$