

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2017 год, вариант 1

1. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?

Увеличится на $\frac{9}{2}$

2. Решите неравенство $|x^3 - 2x^2 + 2| \geq 2 - 3x$.

$(-\infty; -1] \cup \left[\frac{2}{3}; \infty\right)$

3. Продолжение высоты BH треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точке D (точки B и D лежат по разные стороны от прямой AC). Градусные меры дуг AD и CD , не содержащих точки B , равны 60° и 90° соответственно. Определите, в каком отношении отрезок BD делится стороной AC .

1 : 3

4. На координатной плоскости рассматриваются квадраты, все вершины которых имеют целые неотрицательные координаты, а центр находится в точке $(60, 45)$. Найдите количество таких квадратов.

2070

5. Известно, что одним из корней уравнения

$$x^2 - 4a^2b^2x = 4$$

является $x_1 = (a^2 + b^2)^2$. Найдите $a^4 - b^4$.

-7

6. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} 4|x| + 3|y| = 12, \\ x^2 + y^2 - 2x + 1 - a^2 = 0 \end{cases}$$

а) имеет ровно три решения; б) имеет ровно два решения.

$\left\{\frac{1}{16}\sqrt{\frac{8}{3}}\right\} \cup \left(\frac{5}{16}; 2\right) \cup \left(2 - \frac{5}{16}; \infty\right) \cup \left(9; 2\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$

7. В треугольнике ABC проведена медиана BM ; MD и ME — биссектрисы треугольников AMB и CMB соответственно. Отрезки BM и DE пересекаются в точке P , причём $BP = 2$, $MP = 4$.

а) Найдите отрезок DE .

б) Пусть дополнительно известно, что около четырёхугольника $ADEC$ можно описать окружность. Найдите её радиус.

2