

## Олимпиада «Физтех» по математике

## 9 класс, 2016 год, вариант 3

1. Найдите количество точек плоскости  $xOy$ , имеющих *натуральные* координаты  $x$ ,  $y$  и лежащих на параболе  $y = -\frac{x^2}{9} + 33$ .

5

2. Решите неравенство

$$x^2 + x + 20 > 8|x - \sqrt{x} + 1| + 2x\sqrt{x}.$$

 $(-\infty; -4) \cup (9; +\infty)$ 

3. В числе  $2*0*1*6*07*$  нужно заменить каждую из 5 звёздочек на любую из цифр 0, 2, 4, 5, 6, 7 (цифры могут повторяться) так, чтобы полученное 11-значное число делилось на 75. Сколькими способами это можно сделать?

432

4. Изобразите на плоскости  $(x, y)$  множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$|5x| + |12y| + |60 - 5x - 12y| = 60,$$

и найдите площадь полученной фигуры.

30

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2y + xy^2 + 3x + 3y + 24 = 0, \\ x^3y - xy^3 + 3x^2 - 3y^2 - 48 = 0. \end{cases}$$

 $(-3, -1)$ 

6. Окружность проходит через вершины  $Q$  и  $E$  треугольника  $MQE$  и пересекает его стороны  $MQ$  и  $ME$  соответственно в точках  $B$  и  $D$ , отличных от вершин треугольника. Отношение площади треугольника  $BDM$  к площади треугольника  $MQE$  равно  $9/121$ .

а) Найдите отношение  $QE : BD$ .

б) Пусть дополнительно известно, что отношение площадей треугольников  $BME$  и  $DQM$  равно 4. Найдите отношение  $BQ : DE$ .

 $61 : 5 : 3 : 11$  (в)