

Олимпиада «Физтех» по математике

10 класс, 2016 год, вариант 2

1. Найдите все значения p , при каждом из которых числа $p - 2$, $2\sqrt{p}$ и $-3 - p$ являются соответственно первым, вторым и третьим членами некоторой геометрической прогрессии.

1

2. Изобразите на плоскости (x, y) множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$|16 + 6x - x^2 - y^2| + |6x| = 16 + 12x - x^2 - y^2,$$

и найдите площадь полученной фигуры.

$\frac{5}{4} \pi$

3. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} 20^\circ + 4 \sin 20^\circ$.

$\frac{8}{3}$

4. В числе 2016****02** нужно заменить каждую из 6 звёздочек на любую из цифр 0, 2, 4, 5, 7, 9 (цифры могут повторяться) так, чтобы полученное 12-значное число делилось на 15. Сколькими способами это можно сделать?

5184

5. Найдите все пары *положительных* чисел (x, y) , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} y - 2\sqrt{xy} - \sqrt{\frac{y}{x}} + 2 = 0, \\ 3x^2y^2 + y^4 = 84. \end{cases}$$

$(\frac{61}{18} \sqrt[4]{2}, \frac{92}{12} \sqrt[4]{2}) ; (6, \frac{8}{3})$

6. Вокруг равнобедренного остроугольного треугольника NPQ с основанием NQ описана окружность Ω . Расстояние от середины дуги PN , не содержащей точки Q , до стороны PN равно 4, а расстояние от середины дуги QN , не содержащей точки P , до стороны QN равно 0,4. Найдите радиус окружности Ω и площадь треугольника NPQ .

$\frac{192\sqrt{6}}{9}; \frac{25}{9}$