

Олимпиада «Физтех» по математике

8 класс, онлайн-этап, 2014/15 год

1. У весов сдвинута стрелка, то есть они всегда показывают на фиксированное число граммов больше (или меньше) чем истинный вес. Когда на весы положили дыню, весы показали 3 кг. Когда на весы положили арбуз, весы показали 5 кг. Когда взвесили и арбуз, и дыню, весы показали 7 кг. Сколько кг покажут весы, если на них поставить гирию в 2 кг?

3

2. Петя и четыре его одноклассника стартовали одновременно в забеге на 100 метров, и Петя пришёл первым. Через 9 секунд после начала забега никто ещё не финишировал, и все его участники в сумме пробежали 252 метра. А когда Петя закончил бег, остальным четырём участникам оставалось пробежать до финиша в сумме 80 метров. Сколько метров пробежал Петя за 9 секунд? (Известно, что скорость каждого была постоянной на протяжении всей дистанции.)

09

3. Из произведения всех натуральных чисел от 287 до 5557 вычеркнули все числа, делящиеся на 5. Какой цифрой будет оканчиваться произведение оставшихся чисел?

2

4. В школьном турнире по волейболу каждая команда встречается с каждой по одному разу. После того, как к числу участников добавилась одна команда, количество встреч увеличилось на 25%. Сколько команд участвовало в первенстве после добавления команды?

10

5. На столе белой стороной кверху лежали 120 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая чёрная. Миша перевернул 75 карточек, затем Ваня перевернул 35 карточек, а после этого Петя — 60 карточек. Оказалось, что в результате все 120 карточек лежат чёрной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

25

6. Вася выписал на доску в строку 1200 букв, причем количество букв, написанное между любыми двумя гласными буквами, не равно 12. Какое наибольшее количество гласных букв могло быть выписано?

602

7. Петя составляет «таблицу умножения». Слева от таблицы он написал натуральные числа от 15 до 70 включительно, сверху — от 13 до 60 включительно. После чего записал в таблицу соответствующие произведения пар чисел. Сколько из выписанных произведений являются чётными числами?

9102

8. На катете BC прямоугольного треугольника ABC ($\angle BCA = 90^\circ$) выбраны точки M и N так, что $\angle CAM = \angle MAN = \angle NAB$. Прямая, проходящая через точку M , пересекает отрезки AN и AB в точках E и F . Найдите AB , если $AE = 15$, $\angle ANB = 130^\circ$, $\angle BFM = 110^\circ$.

08

9. Два эксперта A и B по очереди отсеивают кандидатов на участие в музыкальном конкурсе: из 71 кандидата они должны выбрать 5. В первом туре A отсеивает 11 кандидатов, во втором туре B отсеивает 10, затем вновь A — 9, снова B — 8, ..., наконец A — одного кандидата. Первый эксперт (A) стремится к тому, чтобы все пятеро выбранных (не отсеянных) музыкантов были гитаристами. При каком наименьшем количестве гитаристов среди кандидатов это ему заведомо удастся?

38

10. На доске написаны числа $2^{17}3^{25}5^{12}7^3$ и $2^23^{22}5^27^{15}$. За одну операцию разрешается написать на доску ещё одно натуральное число — разность каких-то двух написанных на доске. При этом запрещается записывать такие числа, которые уже есть на доске. Найдите сумму двух наименьших чисел, которые могут получиться на доске в результате применения таких операций.

926100

11. Два преподавателя получили два одинаковых набора экзаменационных билетов, написанных на карточках: по 35 карточек с билетами каждый. Первый перемешал свои карточки и положил их стопкой на стол, потом второй перемешал свои карточки и положил их стопкой сверху на первую стопку. Они подсчитали количество карточек, расположенных между парами карточек с одинаковыми билетами, и сложили полученные результаты (35 чисел). Какую наибольшую сумму они могли получить?

1901

12. Сумма пяти натуральных чисел равна 1881. Какое наименьшее значение может принимать их НОК?

418