

Олимпиада «Физтех» по математике

7 класс, онлайн-этап, 2014/15 год

1. Какое наименьшее число участников может быть в шахматном кружке, если известно, что девочек в нем меньше 65%, но больше 60%?

8

2. У весов сдвинута стрелка, то есть они всегда показывают на фиксированное число граммов больше (или меньше) чем истинный вес. Когда на весы положили дыню, весы показали 4 кг. Когда на весы положили арбуз, весы показали 6 кг. Когда взвесили и арбуз, и дыню, весы показали 9 кг. Сколько кг покажут весы, если на них поставить гирию в 2 кг?

3

3. Из произведения всех натуральных чисел от 188 до 6333 вычеркнули все числа, делящиеся на 5. Какой цифрой будет оканчиваться произведение оставшихся чисел?

2

4. Найдите наибольшее натуральное число, все цифры которого различны, а их произведение равно 360.

12421

5. Два эксперта A и B по очереди отсеивают кандидатов на участие в музыкальном конкурсе: из 94 кандидатов они должны выбрать 3. В первом туре A отсеивает 13 кандидатов, во втором туре B отсеивает 12, затем вновь A — 11, снова B — 10, ..., наконец A — одного кандидата. Первый эксперт (A) стремится к тому, чтобы все трое выбранных (не отсеянных) музыкантов были гитаристами. При каком наименьшем количестве гитаристов среди кандидатов это ему заведомо удастся?

45

6. Петя и четыре его одноклассника стартовали одновременно в забеге на 100 метров, и Петя пришёл первым. Через 10 секунд после начала забега никто ещё не финишировал, и все его участники в сумме пробежали 288 метров. А когда Петя закончил бег, остальным четырём участникам оставалось пробежать до финиша в сумме 50 метров. Сколько метров пробежал Петя за 10 секунд? (Известно, что скорость каждого была постоянной на протяжении всей дистанции.)

64

7. Вася выписал на доску в строку 1200 букв, причем количество букв, написанное между любыми двумя гласными буквами, не равно 12. Какое наибольшее количество гласных букв могло быть выписано?

209

8. В строку без запятых записали натуральные числа от 1 до 1000: 123456789101112...9991000. Найдите сумму цифр, стоящих на 2019, 2020 и на 2021 местах слева.

21

9. На столе белой стороной кверху лежали 120 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая чёрная. Миша перевернул 75 карточек, затем Ваня перевернул 35 карточек, а после этого Петя — 60 карточек. Оказалось, что в результате все 120 карточек лежат чёрной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

27

10. Найдите количество четырёхзначных чисел, у которых третья цифра меньше четвёртой на 2.

022

11. Имеется 9 пустых больших коробок. В некоторые из них положили по 11 пустых средних коробок, а в некоторые средние — по 11 пустых маленьких коробок. Всего оказалось 108 коробок. Сколько среди них пустых коробок?

66

12. Два преподавателя получили два одинаковых набора экзаменационных билетов, написанных на карточках: по 30 карточек с билетами каждый. Первый перемешал свои карточки и положил их стопкой на стол, потом второй перемешал свои карточки и положил их стопкой сверху на первую стопку. Они подсчитали количество карточек, расположенных между парами карточек с одинаковыми билетами, и сложили полученные результаты (30 чисел). Какую наибольшую сумму они могли получить?

028