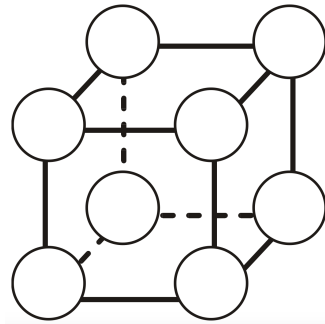


Турнир Архимеда

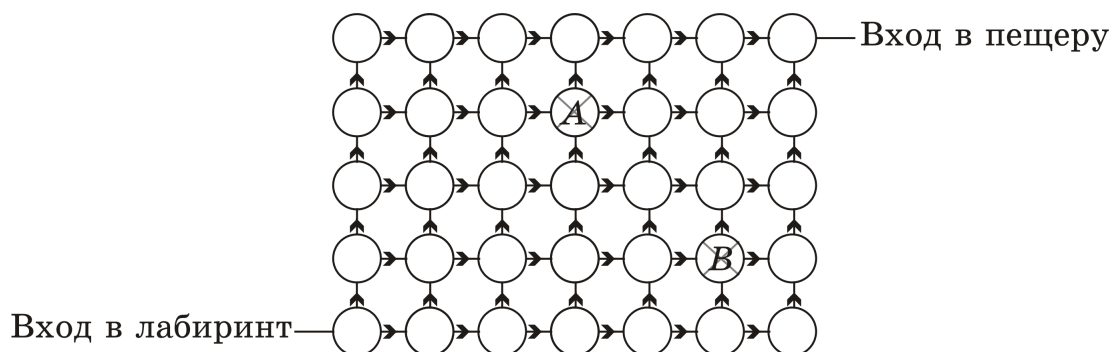
2021 год, зимний тур

Задача 1. [4 балла] **На столе «касса цифр»** (набор бумажных карточек с цифрами). Маша выложила из карточек четырёхзначное число. Толя заменил в числе все карточки на другие: каждую цифру либо уменьшил на 4, либо увеличил на 1. Число уменьшилось в 4 раза. Какое число могла выложить Маша? Что могло получиться у Толи? (Найдите как можно больше вариантов ответов.)

Задача 2. [4 балла] **Расставьте цифры** от 1 до 8 по одной в вершинах куба таким образом, чтобы для каждой из шести граней суммы четырёх чисел, стоящих в вершинах этой грани, были различны.



Задача 3. [4 балла] **Али-баба** на пути к пещере с сокровищами проходит через лабиринт (схема лабиринта — на рисунке). Лабиринт состоит из одинаковых комнат (на схеме — кружочки) и коридоров между ними. Из каждой комнаты можно выходить в двух направлениях (на схеме — направо или вверх). Две комнаты (*A* и *B*) для прохода закрыты. Сколько различных путей ведут в пещеру с сокровищами?



Задача 4. [6 баллов] Разделите квадрат на 4 равные части так, чтобы в каждой из них сумма чисел была одинаковой.

		1	1	1	
		2	2	3	3
	1		2		
				2	
3	3				

Задача 5. [6 баллов] Емеля устроился на работу царским хлебопёком. Как-то утром отправился он на царёву службу. Выехал он поздновато, поэтому печь пекла пироги прямо на ходу. Одновременно с Емелей навстречу ему отправились два посыльных: Фёдор и Иван. Фёдор идёт пешком, поэтому движется в 3 раза медленнее печи, а Иван — верхом на лошади — в 4 раза быстрее, чем печь. При встрече с посыльными Емеля (на ходу) отдаёт им все изготовленные к этому моменту пироги, а сам продолжает движение. Известно, что Фёдор получил на 133 пирога больше, чем Иван, а встречи с посыльными состоялись как раз в тот момент, когда он доставал из печи очередной пирог. Сколько всего пирогов испекла печь по пути на царёву службу? Печь начала работать с момента отправления и печёт пироги равномерно.

Задача 6. [7 баллов] За круглым столом сидели 13 гостей. Среди них были рыцари (всегда говорят правду), лжецы (всегда лгут) и марсиане. Про марсиан известно, что правду они говорят только марсианам, а всем остальным лгут. Каждые двое сидящих рядом сказали друг другу: «Ты не рыцарь». Сколько лжецов могло сидеть за столом, если известно, что их было больше, чем марсиан? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

Задача 7. [9 баллов] Кощей Бессмертный (КБ) играет в игру. В начале игры он в каждой клетке таблицы 100×100 записывает по одному натуральному числу от 1 до 100^2 , так, что все числа в таблице в начале игры — различны. Затем включается искусственный интеллект (ИИ). На первом шаге ИИ одновременно заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел (соседние — те, которые расположены в клетках с общей стороной). На втором шаге ИИ снова заменяет каждое число в таблице на наибольшее из соседних чисел, и так далее.

- Может ли КБ расставить числа в начале игры так, чтобы через некоторое время все числа в таблице стали одинаковыми?
- Какое наибольшее количество различных чисел может остаться в таблице через 10000 ходов?
- Какое наименьшее число может остаться в таблице через 10000 ходов?

Критерии награждения

- Диплом I степени — от 30 до 40 баллов.
- Диплом II степени — от 22 до 29 баллов.
- Диплом III степени — от 14 до 21 балла.