

Турнир Архимеда

2020 год, зимний тур

Задача 1. [3 балла] Подберите вместо букв цифры так, чтобы получилось верное равенство (одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные):

$$TU = P \times H = I + P.$$

Постарайтесь найти три подходящих набора цифр.

Задача 2. [5 баллов] Серый Волк и Иван-царевич шли добывать Живую Воду. Иван всё время шёл с постоянной скоростью — 3 км/ч. Волк же сперва шёл рядом, но в 13.50 убежал вперёд — проверить, нет ли у колодца с Живой Водой какой-либо опасности. Он увеличил скорость до 5 км/час, добежал до колодца, мгновенно всё проверил и побежал обратно, встретив Ивана в 14.05. Дальше Иван шёл один. В какое время был у колодца:

- а) Серый Волк?
- б) Иван-царевич?

Задача 3. [6 баллов] Буратино пошёл на базар и потратил все свои деньги, купив азбуку, колпачок и курточку. Пьеро спросил его, сколько он потратил денег. Буратино ответил, что всего потратил 63 золотых сольдо, причём на азбуку и колпачок потратил 21 сольдо, на колпачок и курточку — 28 сольдо, а на азбуку и курточку — 33. Известно, что Буратино, часто путает числа, но, называя какое-нибудь число, ошибается не более чем на 9. Помогите Пьеро понять, сколько золотых сольдо потратил Буратино на самом деле. Все цены на базаре выражаются целыми числами.

Задача 4. [6 баллов] За круглым столом сидело 12 гостей. Среди них есть рыцари (всегда говорят правду), лжецы (всегда лгут) и марсиане. Про марсиан известно, что правду они говорят только марсианам, а всем остальным лгут. Известно, что каждый сидящий за столом сказал своему соседу справа: «Ты — лжец». Сколько рыцарей сидело за столом? Найдите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

Задача 5. [6 баллов] Вася хочет написать на доске несколько последовательных семизначных чисел, каждое из которых делится на произведение своих цифр. Какое наибольшее количество таких чисел он сможет написать? Напоминаем, что на нуль делить нельзя.

Задача 6. [9 баллов] На клетчатом табло 8×8 в каждой клетке — электрическая лампочка. По указанию Деда Мороза требуется так включить лампочки, чтобы в каждом квадрате 3×3 было включено ровно три лампочки. Какое наименьшее и какое наибольшее количество лампочек может быть включено, чтобы указание было выполнено? Не забудьте обосновать ответ.

Критерии награждения

- Диплом I степени — от 30 до 35 баллов.
- Диплом II степени — от 23 до 29 баллов.
- Диплом III степени — от 15 до 22 баллов.