

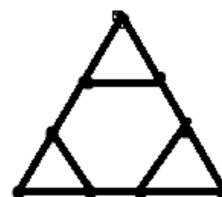
## Всесибирская олимпиада по математике

9 класс, 2024 год

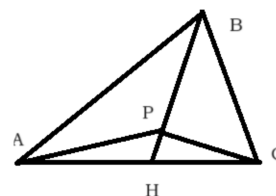
1. Пусть  $x_1, x_2$  — корни квадратного многочлена  $f(x)$  со старшим коэффициентом 1, а  $y_1, y_2$  — корни квадратного многочлена  $g(x)$  со старшим коэффициентом 1. Доказать, что

$$g(x_1)g(x_2) = f(y_1)f(y_2).$$

2. Девять точек соединены 12 отрезками, как показано на рисунке. Каждая точка окрашивается в один из двух цветов. Какое максимальное количество отрезков с концами разного цвета может получиться?



3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  обозначим за  $P$  основание перпендикуляра, опущенного из вершины  $C$  на биссектрису  $BH$  угла  $ABC$ . Доказать, что площадь треугольника  $ABP$  равна половине площади треугольника  $ABC$ .



4. Пусть  $A = \underbrace{88\dots88}_{100}$  — натуральное число, записанное 100 восьмёрками, и  $B = \underbrace{55\dots55}_{100}$  — натуральное число, записанное 100 пятёрками. Найти сумму цифр числа  $N = 9 \cdot A \cdot B$ .

5. Авиакомпания, в которой служат 13 пилотов, эксплуатирует 9 самолётов попарно различных типов. Каждый день в рейс выходит каждый самолёт, который пилотирует один из 9 назначенных в этот день пилотов. Чтобы пилотировать конкретный самолёт, пилот должен быть специально этому обучен, что стоит 1 миллион рублей. Какова минимальная суммарная стоимость обучения пилотов авиакомпании такого, что при любом выборе 9 пилотов из 13-ти их можно было распределить по всем 9 самолётам так, чтобы каждый мог пилотировать порученный ему самолёт? Пилот не может пилотировать более одного самолёта в день.