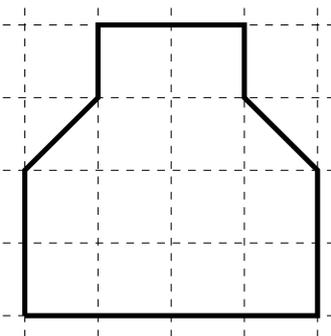


Всесибирская олимпиада по математике

7 класс, 2022 год

1. Разрежьте данную фигуру на четыре попарно различных части так, чтобы у всех этих частей был одинаковый периметр. Напомним, что фигуры считаются различными, если их нельзя совместить наложением. (Достаточно привести один пример.)



2. Дорога из пункта А в пункт Б идёт сначала в гору, а потом под гору. Кошка доходит из А в Б за 2 часа 12 минут, обратный путь занимает у неё на 6 минут больше. Скорость кошки, идущей в гору, 4 км/ч, а под гору — 5 км/ч. Сколько километров составляет путь от А до Б? (Приведите полное решение, а не только ответ.)

3. Какое из чисел больше:

$$2017^{2022} \cdot 2018^{2021} \cdot \dots \cdot 2022^{2017} \quad \text{или} \quad 2017^{2017} \cdot 2018^{2018} \cdot \dots \cdot 2022^{2022}?$$

(Обоснуйте свой ответ.)

4. На некотором острове живёт 100 человек, каждый из которых является либо рыцарем, который всегда говорит правду, либо лжецом, который всегда лжёт. Однажды все жители этого острова выстроились в ряд, и первый из них сказал: «Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 1». Затем второй сказал: «Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 2», и так далее до сотого, который сказал: «Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 100». Определите, сколько рыцарей может проживать на этом острове. (Найдите все ответы и доказжите, что других нет.)

5. Квадрат 2×2 был разбит прямыми, параллельными его сторонам, на несколько прямоугольников (не обязательно равных). Затем эти прямоугольники были покрашены в жёлтый и синий цвета в шахматном порядке. Оказалось, что общая площадь синих прямоугольников совпала с общей площадью жёлтых. Докажите, что из синих прямоугольников можно сложить прямоугольник 1×2 . (Напишите полное доказательство.)