

Всесибирская олимпиада по математике

8 класс, 2021 год

1. Из квадрата 5 на 5 вырезана угловая клетка. Разрежьте его по линиям сетки на шесть многоугольников равной площади таким образом, чтобы среди них была ровно одна пара одинаковых.
2. В сказочной стране каждый поросёнок либо всегда врёт, либо всегда говорит правду, причём каждому поросёнку достоверно известно про каждого, лжец ли он. Однажды Ниф-Ниф, Наф-Наф и Нуф-Нуф встретились за чашечкой чая, и двое из них сделали по заявлению, однако, неизвестно, кто именно что произнёс. Один из трёх поросят сказал: «Ниф-Ниф и Наф-Наф оба всегда врут». Другой: «Ниф-Ниф и Нуф-Нуф оба всегда врут». Определите, сколько врунов среди трёх поросят.
3. В городе живут четыре ювелира, которым царь выслал 13 мешков с золотом. В первом мешке лежал один слиток золота, во втором — два, в третьем — три, \dots , в тринадцатом — 13 золотых слитков. Один из мешков сразу куда-то потерялся, а оставшиеся ювелиры распределили так, что каждому досталось и равное количество золотых слитков, и равное количество мешков. При этом мешок с одним слитком достался первому ювелиру, с тремя — второму, с одиннадцатью — третьему. Определите, какие мешки достались четвёртому ювелиру, если слитки из мешков не доставали.
4. На отрезке AB выбрали точку M и построили равнобедренные треугольники AMC и MBN с основаниями AM и MB соответственно. Оказалось, что точки B , N и C лежат на одной прямой, а $AB = BC$. Перпендикуляр к отрезку AC , опущенный из B , пересекает отрезок CM в точке H . Докажите, что NH — биссектриса угла MNC .
5. Архипелаг состоит из n островов, между любыми двумя из которых ходит свой паром. Проезд на каждом пароме стоит одинаково в обе стороны, но при этом на любых двух различных паромов стоимости различны. Путешественник хочет прилететь на вертолёт на один из островов, а затем проплыть на $n - 1$ пароме таким образом, что каждый раз за проезд он будет платить меньше, чем платил до этого. То, что он может оказаться на каком-то острове несколько раз, его не смущает. Прилететь на вертолёт можно на любой остров, все стоимости проезда путешественнику известны. Докажите, что он сможет осуществить задуманное.