

Всесибирская олимпиада по математике

9 класс, 2019 год

1. Найти максимальное количество последовательных трёхзначных чисел, в записи каждого из которых есть хотя бы одна нечётная цифра.
2. Для положительных чисел a и b выполняется неравенство $a + b > 4$. Доказать, что тогда $\frac{a}{b} > 3 - b$.
3. Последовательность чисел a_n , $n = 1, 2, \dots$ такова, что $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n + a_{n+1}}$ для всех натуральных n . Найти a_n , $n = 1, 2, \dots$
4. На продолжении медианы AM равнобедренного треугольника ABC с основанием AC за точку M взята точка P такая, что угол CBP равен углу BAP . Найти величину угла ACP .
5. Вася и Петя по очереди красят в синий и красный цвета вершины правильного 100-угольника. Вася красит в синий любую не окрашенную на момент его хода вершину, у которой ни одна из двух соседних вершин не окрашена к этому моменту в синий цвет, а Петя красит в красный любую не окрашенную на момент его хода вершину. Вася ходит первым. Какое максимальное количество вершин он всегда может окрасить в синий цвет, как бы ни мешал ему Петя?