

Всесибирская олимпиада по математике

8 класс, 2019 год

1. Юра задумал четыре числа и выписал на доску все их попарные суммы. Когда Юра отвернулся, Сева стёр одну из сумм, после чего на доске остались написаны числа 19, 21, 22, 26 и 28. Какое число было стёрто?

2. Про число N известно, что оно равно произведению десяти простых чисел (не обязательно различных). Кроме того, оказалось, что если каждый из этих десяти множителей увеличить на единицу, то полученное произведение будет делиться на N . Чему может быть равно N ?

3. Про $n > 2$ точек на плоскости известно, что любые три из них можно накрыть треугольником площади не более 1 см^2 (разные тройки, возможно, разными треугольниками). Докажите, что все 2 точки можно одновременно накрыть треугольником площади не более 4 см^2 .

4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AD = BC$ и

$$\angle ADB + \angle ACB = \angle CAB + \angle DBA = 30^\circ.$$

Докажите, что из отрезков DB , CA и DC можно составить прямоугольный треугольник.

5. Пусть m и n — нечётные натуральные числа. Каждую клетку таблицы из m строк и n столбцов покрасили в жёлтый или синий цвет. Назовём строку в этой таблице *желтоватой*, если в ней больше жёлтых клеток, чем синих. Назовём столбец *синеватым*, если в нём больше синих клеток, чем жёлтых. Чему равно наибольшее возможное общее количество желтоватых строк и синеватых столбцов?