

Всесибирская олимпиада по математике

9 класс, 2018 год

1. На какое максимальное число различных прямоугольников можно разрезать шахматную доску 8 на 8 клеток? Все разрезы должны проходить только по линиям сетки. Прямоугольники различны, если они не равны как геометрические фигуры.
2. Могут ли в некотором остроугольном треугольнике ABC точки пересечения биссектрисы угла A , высоты, проведённой из вершины B и медианы, проведённой из вершины C являться вершинами невырожденного равностороннего треугольника?
3. Пусть двузначные числа \overline{ab} и \overline{cd} таковы, что отношение четырёхзначного числа \overline{abcd} к сумме $\overline{ab} + \overline{cd}$ является целым числом. Найти все возможные значения, которые может принимать это число.
4. Известно, что значения квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ на интервале $[-1, 1]$ не превосходят по модулю 1. Найти максимальное возможное значение суммы $|a| + |b| + |c|$.
5. Какое наибольшее количество целых чисел можно записать в ряд так, чтобы сумма любых пяти подряд идущих из них была больше нуля, а сумма любых семи подряд идущих из них была меньше нуля?