

Всесибирская олимпиада по математике

10 класс, 2018 год

1. Найти все решения уравнения: $\sqrt{1-x} + \sqrt{2-y} = \sqrt{3x+2y-7}$.
2. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от единицы и самого числа. Найти все натуральные числа, имеющие не меньше двух различных собственных делителей и делящиеся на разность любых двух из них.
3. Различные прямые a и b пересекаются в точке O . Рассмотрим всевозможные отрезки AB длины l , концы A и B которых лежат на a и b соответственно, и обозначим за P точку пересечения перпендикуляров к прямым a и b , восстановленным из A и B соответственно. Найти геометрическое место точек P .
4. Действительные числа a и b таковы, что $a^3 + b^3 = 1 - 3ab$. Найти все значения, которые может принимать сумма $a + b$.
5. Найти число всевозможных расстановок фишек по одной в некоторых клетках шахматной доски 8 на 8 таких, что количество фишек, стоящих в каждой строке различно и количество фишек, стоящих в каждом столбце различно.