

Всесибирская олимпиада по математике

8 класс, 2017 год

1. В вагон загрузили несколько килограммов яблочного джема, среди которого было 20% хорошего и 80% плохого. Каждый день половина имеющегося плохого джема сгнивала, и его выбрасывали. Через несколько дней оказалось, что в вагоне стало 20% плохого и 80% хорошего джема. Сколько дней прошло после загрузки?
2. Однажды Алексей и Данил играли в такую игру. Если на доске записано некоторое число x , то его можно стереть, а вместо него записать $2x$ или $x - 1000$. Проигрывает тот, кто получил число не больше 1000 или не меньше 4000. Оба игрока стремятся победить. В какой-то момент ребята перестали играть. Кто проиграл, если первым числом было 2017?
3. Клетки доски 4028×4028 покрашены в чёрный и белый цвет таким образом, что в любом уголке из 2018 клеток (даже повёрнутом и/или перевёрнутом) белых и чёрных клеток поровну. Верно ли, что все клетки обязательно покрашены в шахматном порядке?
4. В треугольнике ABC провели биссектрису BE . Оказалось, что $BC + CE = AB$. Докажите, что в треугольнике ABC есть два угла, один из которых в два раза больше другого.
5. В списке $1, 2, \dots, 2016$ отметили два числа $a < b$, разделив ими ряд на 3 части (возможно, некоторые из частей не содержали чисел вообще). После этого список перемешали следующим образом: a и b остались на местах, а ни одно из других 2014 чисел не осталось в той же части, где было изначально. Сколькими способами можно было выбрать a и b ?