

Всесибирская олимпиада по математике

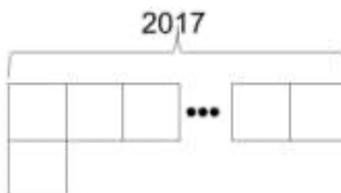
7 класс, 2017 год

1. Пароход «Раритет» стремительно идёт ко дну. Если капитан Алексей раздаст ровно 2017^{2017} указаний своим 26 матросам, то пароход получится спасти. Каждому следующему матросу Алексей может дать на 2 указания меньше или на 2 указания больше, чем предыдущему. Сможет ли Алексей спасти пароход?

2. У Данила есть 6 карточек с буквами, из которых он смог сложить слово WNMWNM, изображённое на картинке. Заметим, что данное слово обладает замечательным свойством: если его перевернуть на 180 градусов, получится оно же. Сколько всего слов, обладающих таким свойством, может составить Данил, используя сразу все 6 карточек?



3. Клетки бесконечной клетчатой плоскости покрасили в чёрный и белый цвета таким образом, что в любом уголке из 2018 клеток (даже повернутом и/или перевёрнутом) белых и чёрных клеток поровну. Верно ли, что все клетки плоскости покрашены в шахматном порядке?



4. В треугольнике со сторонами длиной a , b и c напротив стороны c лежит угол в 120 градусов. Докажите, что из отрезков длины a , c и $a + b$ можно составить треугольник.

5. Есть 12 монет, из которых одна, фальшивая, легче остальных. Также имеются чашечные весы без гирь. Про них известно, что они либо обычные (то есть на них всегда перевешивает тяжёлая кучка), либо волшебные (на таких всегда перевешивает лёгкая кучка, равенство показывается правильно), но неизвестно, волшебные они всё-таки, или обычные. Можно ли за три взвешивания на таких весах найти фальшивую монету?