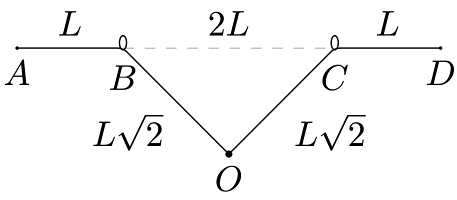
Всероссийская олимпиада школьников по физике

11 класс, заключительный этап, 2021/22 год

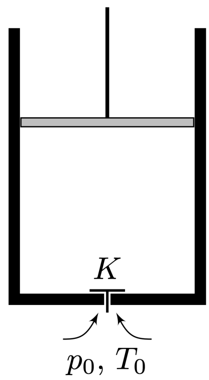


Задача 1. **Две резинки.** На горизонтальной поверхности в точке O удерживают шайбу массой m, связанную с двумя невесомыми резинками, продетыми через зафиксированные на этой поверхности гладкие колечки B и C. Другие концы резинок закреплены в точках A и D, при этом $AB = CD = L$, $BC = 2L$, $BO = CO = L\sqrt{2}$ (см. рис.). Длины обеих резинок в свободном состоянии равны L, а коэффициенты жёсткости $k_{OBA} = k$, $k_{OCD} = 3k$, где k — известная величина. Коэффициент трения шайбы о поверхность равен μ, а резинки не касаются поверхности. Ускорение свободного падения g. Шайбу отпускают.

1. Найдите максимальную скорость $v_{\max}$ шайбы в процессе дальнейшего движения.

2. Определите время τ от момента старта до момента, когда максимальная скорость достигается.

1) $v_{\max} = \sqrt{\frac{5k}{m}}L - \frac{\mu g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$; 2) $\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{4k}}$ при $\mu mg < 2\sqrt{5}kL$, движение не начнётся при $\mu mg \geqslant 2\sqrt{5}kL$



Задача 2. **Цилиндр и клапан.** В торце теплоизолированного цилиндра с поршнем установлен клапан (см. рис.), перекрывающий небольшое отверстие, который открывается и начинает пропускать воздух снаружи в цилиндр при перепаде давлений $\Delta p = p_0/3$ (p_0 — атмосферное давление). Воздух из цилиндра наружу клапан не пропускает. В начальный момент времени поршень прижат к торцу цилиндра, воздуха внутри нет.

В первом случае цилиндр заполняют воздухом до объема V_0, медленно перемещая поршень, после чего останавливают, а затем освобождают поршень.

1. Определите температуру воздуха в цилиндре T_1 в момент остановки поршня при объеме V_0, а также после освобождения поршня и прекращения его движения T_2.

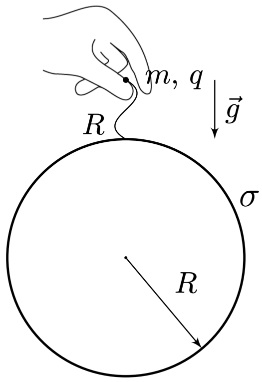
Во втором случае поршень резко перемещают в положение, при котором объем под поршнем равен V_0, так что воздух не успевает проникнуть через клапан в цилиндр. В этом положении поршень фиксируют, дожидаются заполнения цилиндра воздухом, и так же, как в первом случае, освобождают поршень.

2. Определите и для этого случая температуру воздуха в цилиндре T_1' после остановки поршня и заполнения цилиндра воздухом, и температуру T_2' после освобождения поршня и прекращения его движения. Считайте, что процесс заполнения цилиндра воздухом происходит квазистатически, клапан закрывается мгновенно после того, как разность давлений оказывается меньше пороговой.

Снаружи цилиндра воздух при атмосферном давлении и температуре T_0. Трением поршня о стенки, массой поршня, а также теплообменом воздуха с поршнем и стенками цилиндра можно пренебречь. Воздух можно считать двухатомным идеальным газом. После отпускания поршня клапан всё время остается закрытым.

1) $T_1 = T_0$, $T_2 = \frac{8T_0}{7}$; 2) $T_1' = \frac{7T_0}{5}$, $T_2' = \frac{8T_1'}{7} = \frac{8T_0}{5}$

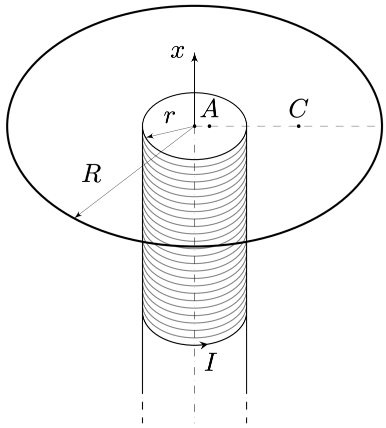
Задача 3. **Колебания заряда.** Длинная диэлектрическая тонкостенная труба радиуса R, равномерно заряженная с поверхностной плотностью заряда σ, закреплена горизонтально в поле тяжести g. К верхней точке трубы одним концом прикреплена невесомая, нерастяжимая, непроводящая нить длины R, на другом конце нити маленький заряженный шарик массы m. Знаки зарядов шарика и трубы совпадают. Шарик сначала удерживают так, что нить не натянута, а затем отпускают. Через некоторое время движение прекращается, причем нить принимает форму прямого отрезка, перпендикулярного оси цилиндра.



1. Какие значения может принимать величина заряда шарика q?
2. Определите величину силы натяжения нити при значениях заряда, полученных в первом пункте, и постройте график этой зависимости $T(q)$ с указанием характерных точек и участков.
3. Пусть модуль заряда шарика $|q|$, причем $|q| > 2\varepsilon_0 mg/|\sigma|$. Определите период малых гармонических колебаний шарика, происходящих в плоскости рисунка.

1) $q > \frac{2\varepsilon_0 mg}{\sigma}$; 2) смотрите график; 3) $T = \begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{4mR\varepsilon_0}{q\sigma - 4mg\varepsilon_0}} & \text{при } |q| > \dfrac{4\varepsilon_0 mg}{|\sigma|}; \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{2mR\varepsilon_0}{4mg\varepsilon_0 - q\sigma}} & \text{при } \dfrac{2\varepsilon_0 mg}{|\sigma|} \leqslant |q| < \dfrac{4\varepsilon_0 mg}{|\sigma|}; \\ \text{ангармонические колебания} & \text{при } |q| = \dfrac{4\varepsilon_0 mg}{|\sigma|}. \end{cases}$

Задача 4. **Соленоид и виток.** Полубесконечный соленоид с радиусом витков r и плотностью намотки n (число витков на единицу длины) расположен соосно круговому сверхпроводящему витку радиуса R так, что его основание находится в плоскости витка. Известно, что $r \ll R$. Изначально ток в витке отсутствовал. Индуктивность витка равна L. Силу тока в соленоиде медленно увеличивают от нуля до I и далее поддерживают постоянной. Провода, подводящие ток к соленоиду, расположены таким образом, что их магнитным полем и их взаимодействием с другими элементами можно пренебречь. Направим ось x так, как показано на рисунке.



1. Точки A и C расположены в плоскости витка на расстояниях $r/3$ и $3r$ соответственно от оси симметрии системы. Найдите проекции индукции B_{A_x} и B_{C_x} магнитного поля, создаваемого соленоидом в точках A и C соответственно.

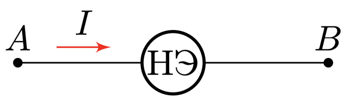
2. Найдите силу тока $I_в$ в витке. Укажите, как он направлен.

3. Найдите величину и направление силы магнитного взаимодействия, действующей на соленоид со стороны витка.

Примечание: для бесконечного соленоида поле внутри соленоида однородное, вектор магнитной индукции направлен параллельно оси и его величина определяется формулой $B_0 = \mu_0 n I$. Снаружи бесконечного соленоида $\vec{B} = \vec{0}$.

1) $B_{A_x} = \frac{\mu_0 n I}{2}$, $B_{C_x} = 0$; 2) $I_в = -\frac{\pi \mu_0 n I r^2}{2L}$; 3) $F = \frac{1}{RL}\left(\frac{\pi \mu_0 n I r^2}{2}\right)^2$ (отталкиваются)

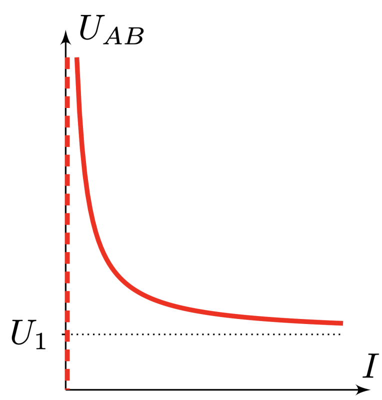
Задача 5. **Нелинейный элемент и конденсатор.** Рассмотрим нелинейный элемент (см. рис.) такой, что при протекании через него тока в направлении от A к B зависимость напряжения U_{AB} от силы тока I описывается формулой



$$U_{AB} = U_1 + \frac{A}{I},$$

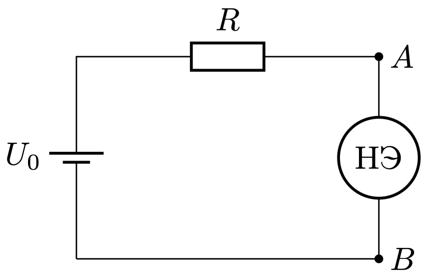
где $U_1 > 0$ и $A > 0$.

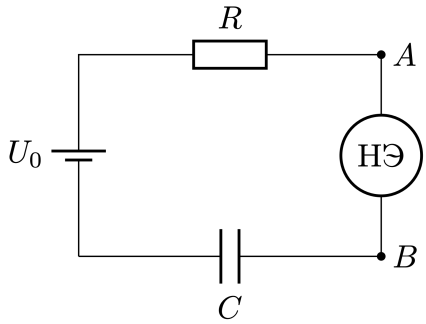
Если сила тока, текущего через элемент, равна нулю, то напряжение на нём может принимать любые значения. В противоположном направлении электрический ток протекать не может. На рисунке качественно представ- лена ВАХ нелинейного элемента. В данной задаче рассматриваются две электрические цепи, содержащие данный нелинейный элемент.



Часть 1. Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из источника постоянного напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением R и нелинейного элемента с известными параметрами U_1 и A.

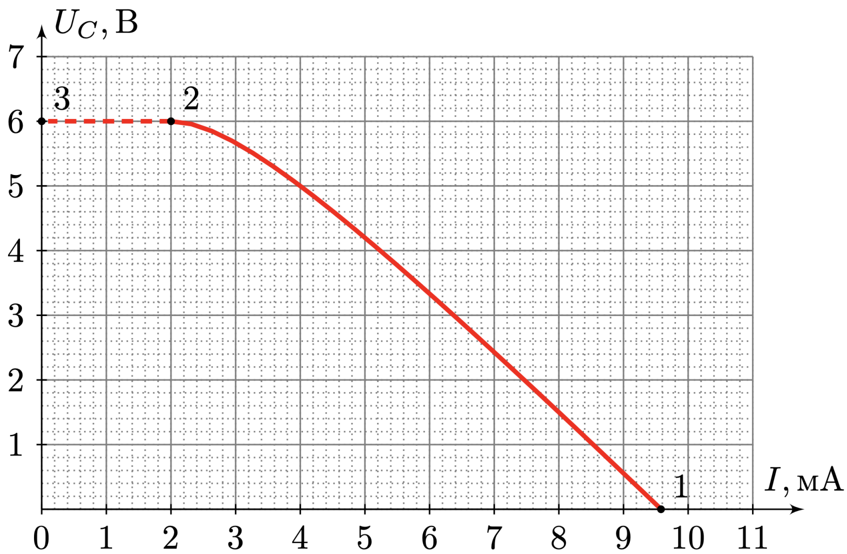
1. При каких значениях напряжения источника U_0 в цепи может протекать постоянный электрический ток?





Часть 2. Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из источника постоянного напряжения U_0 с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением R, конденсатора ёмкостью $C = 10$ мФ и нелинейного элемента, для которого $U_1 = 2$ В.

Изначально конденсатор не заряжен. Затем в результате кратковременного внешнего воздействия в цепи начинает протекать электрический ток. На рисунке ниже (и на отдельном листе в увеличенном масштабе) представлен график зависимости напряжения на конденсаторе U_C от силы тока в цепи I.



Точка 1 соответствует моменту времени начала протекания тока, точка 2 — достижению максимального напряжения на конденсаторе, а пунктирная линия 23 — прекращению протекания в цепи электрического тока.

2. Найдите U_0, R и A.

3. Найдите количество теплоты Q_R, выделившееся на резисторе за все время протекания тока в цепи.

4. Определите время τ, в течение которого в цепи протекал ток.

4) $\tau = \frac{C}{A}\left((U_0 - U_1)U_{\max} - RS - \frac{U_{\max}^2}{2}\right) \approx (10{,}9 \pm 1{,}6)$ с

3) $Q_R = RCS \approx (370 - 383)$ мДж, где S — площадь под графиком $I(U_C)$ в процессе зарядки конденсатора;

2) $U_0 = U_1 + U_{\max} + \frac{2I_1I_2U_{\max}}{(I_1-I_2)^2} \approx 11{,}99$ В, где $U_{\max} = U_0 - U_1 - 2\sqrt{AR}$;

1) $U_0 \geqslant U_1 + 2\sqrt{AR}$;