

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, школьный этап, 2023/24 год

1. Мотоциклист Вася запланировал поездку из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. Первую половину пути он проехал со скоростью  $v_1$  — на 15% меньшей, чем хотел. Затем он увеличил скорость до  $v_2$  и приехал в пункт Б точно в тот момент, в какой и планировал. Найдите  $v_2/v_1$ .

2. В пиццерии в каждую пиццу обязательно кладут помидоры и моцареллу. При заказе пиццы надо выбрать одну или несколько начинок: ветчину, грибы, салями или курицу. Также надо выбрать размер пиццы — 25, 30, 35 или 40 сантиметров. Сколько вариантов пиццы можно заказать в пиццерии? *Пиццы считаются разными, если они имеют разные размеры или различаются хотя бы одним видом начинки.*

3. Рассмотрим 450 чисел, состоящих из одних девяток:

$$9, 99, 999, \dots, \underbrace{450}_{\text{цифры}} 99 \dots 9.$$

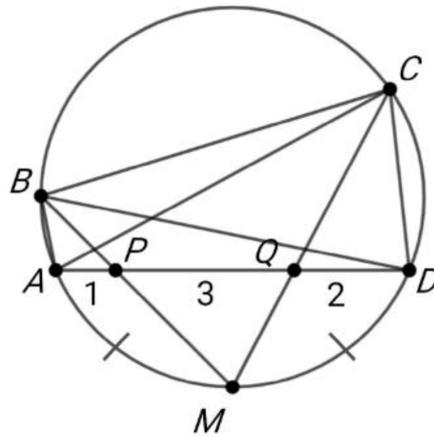
Сколько единиц в десятичной записи суммы этих 450 чисел?

4. Петя задумал составное натуральное число  $N$ , меньшее 1000. Он выписал на доску все натуральные делители  $N$ , не равные 1. Оказалось, что два наименьших числа на доске различаются на 39. Чему может быть равно  $N$ ? Укажите все возможные варианты.

5. В выпуклом  $n$ -угольнике каждый угол составляет целое число градусов. Известно, что два угла этого  $n$ -угольника равны  $63^\circ$  и  $97^\circ$ . Какое наибольшее значение может принимать  $n$ ?

6. Действительное число  $a$  таково, что уравнение  $ax^2 + (a+10)x - 10 - 2a = 0$  имеет два действительных корня, отличающихся в 3 раза. Чему может быть равно  $a$ ? Укажите все возможные варианты.

7. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность  $\Omega$ . Точка  $M$  — середина дуги  $AD$  окружности  $\Omega$ , не содержащей точек  $B$  и  $C$ . Отрезки  $BM$  и  $CM$  пересекают отрезок  $AD$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно.



Известно, что  $AP : PQ : QD = 1 : 3 : 2$ . Вычислите значение выражения:

$$\frac{AC \cdot BD}{AB \cdot CD}$$

8. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собралось несколько жителей острова, и каждый из них произнёс по одной фразе:

- Один сказал: «Среди нас не более 9 рыцарей».
- Двое сказали: «Среди нас не более 8 рыцарей».
- Трое сказали: «Среди нас не более 7 рыцарей».
- ...
- Девять человек сказали: «Среди нас не более 1 рыцаря».
- А все остальные сказали: «Среди нас не более 10 рыцарей».

Сколько человек могло сказать последнюю фразу? Укажите все возможные варианты.