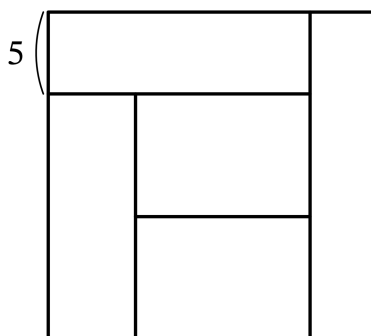


Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, школьный этап, 2021/22 год

1. Произведение девяти последовательных натуральных чисел делится на 1111. Какое наименьшее возможное значение может принимать среднее арифметическое этих девяти чисел?
2. Квадрат разрезали на пять прямоугольников равной площади, как изображено на рисунке. Ширина одного из прямоугольников равна 5. Найдите площадь квадрата.



3. В турнире по футболу участвовало 15 команд, каждая сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков.

После завершения турнира оказалось, что некоторые 6 команд набрали хотя бы N очков каждая. Какое наибольшее целое значение может принимать N ?

4. Дан правильный пятиугольник $ABCDE$. На стороне AE отмечена точка K , на стороне CD — точка L . Известно, что $\angle LAE + \angle KCD = 108^\circ$, $AK : KE = 3 : 7$. Найдите $CL : AB$.

Правильный пятиугольник — пятиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.

5. На доске написано некоторое двузначное число. Незнайка заявил, что оно делится на 3, 4, 5, 9, 10, 15, 18, 30. Знайка, услышав это, огорчил Незнайку тем, что тот ошибся ровно 4 раза. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты

6. Квадратный трёхчлен $P(x)$ таков, что $P(P(x)) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4$. Чему может равняться $P(8)$? Укажите все возможные варианты.

7. В стране 110 городов. Между каждыми двумя из них либо есть дорога, либо её нет.

Автомобилист находился в некотором городе, из которого вела ровно одна дорога. Проехав по дороге, он оказался во втором городе, из которого вели уже ровно две дороги. Проехав по одной из них, он оказался в третьем городе, из которого вели уже ровно три дороги, и так далее. В какой-то момент, проехав по одной из дорог, он оказался в N -м городе, из которого вели уже ровно N дорог. На этом автомобилист своё путешествие прекратил. (Для каждого $2 \leq k \leq N$ из k -го города выходило ровно k дорог с учётом той, по которой автомобилист в этот город приехал.)

Какое наибольшее значение может принимать N ?

8. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре $A_1 D_1$ выбрана точка X , а на ребре BC выбрана точка Y . Известно, что $A_1 X = 5$, $BY = 3$, $B_1 C_1 = 14$. Плоскость $C_1 X Y$ пересекает луч DA в точке Z . Найдите DZ .

