

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, школьный этап, 2020/21 год

1. Внутри круга нарисовано 16 радиусов этого круга и 10 окружностей, центры которых совпадают с центром круга. На сколько областей радиусы и окружности делят круг?

2. Вдоль дороги в один ряд стоят 25 столбов. Иногда на один из столбов садится чиж, и сразу же с одного из соседних столбов взлетает чиж (если на соседних столбах в этот момент хоть кто-нибудь сидел). Также на каждом столбе не может сидеть более одного чижа.

Первоначально на столбах нет птиц. Какое наибольшее количество чижей могут одновременно находиться на столбах?

3. Натуральное число n назовём *интересным*, если $2n$ является точным квадратом, а $15n$ — точным кубом. Найдите наименьшее интересное число.

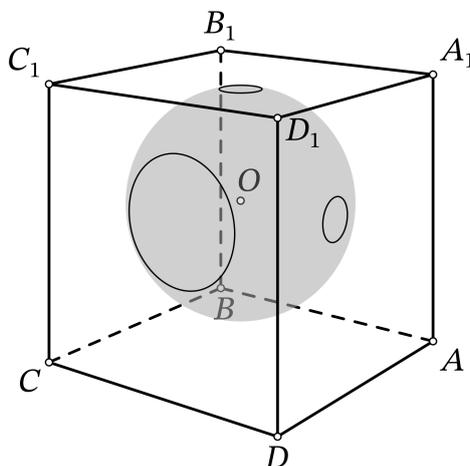
4. У Сени есть три прямых палки длиной 24 сантиметра каждая. Сеня разломил одну из них на две части так, что из двух кусков этой палки и двух целых палок он смог выложить контур прямоугольного треугольника. Сколько квадратных сантиметров составляет площадь этого треугольника?

5. По зову воеводы пришли 55 солдат: лучники и мечники. Все они были одеты либо в золотые, либо в чёрные доспехи. Известно, что мечники говорят правду, когда носят чёрные доспехи и обманывают, когда носят золотые доспехи, а лучники — наоборот.

- На вопрос «На тебе золотые доспехи?» утвердительно ответили 44 человека.
- На вопрос «Ты лучник?» утвердительно ответили 33 человека.
- На вопрос «Сегодня понедельник?» утвердительно ответили 22 человека.

Сколько пришло лучников в золотых доспехах на зов воеводы?

6. Внутри куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ расположен центр O сферы радиуса 10. Сфера пересекает грань $AA_1 D_1 D$ по окружности радиуса 1, грань $A_1 B_1 C_1 D_1$ по окружности радиуса 1, грань $CDD_1 C_1$ по окружности радиуса 3. Найдите длину отрезка OD_1 .



7. При каком наименьшем натуральном x выражение

$$\sqrt{29 + \sqrt{x}} + \sqrt{29 - \sqrt{x}}$$

является целым?

8. Дана возрастающая последовательность из 8 действительных чисел. Диана выписала все возможные последовательности из 4 чисел, идущих в ней подряд. Оказалось, что две из пяти новых последовательностей являются арифметическими прогрессиями с разностями 4 и 36 соответственно, а одна из последовательностей является геометрической прогрессией. Найдите наибольшее из данных 8 чисел. Укажите все возможные варианты.