

Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, школьный этап, 2020/21 год

1. В каждую клетку таблицы 5×5 невидимыми чернилами вписано натуральное число. Известно, что сумма всех чисел равна 200, а сумма трёх чисел, находящихся внутри любого прямоугольника 1×3 , равна 23. Чему равно центральное число в таблице?

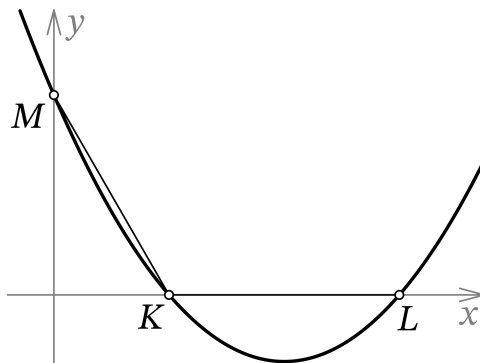
2. Известно, что $\frac{a+b}{a-b} = 3$. Найдите значение выражения $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

3. У Юры есть n карточек, на которых написаны числа от 1 до n . После того, как Юра потерял одну из них, сумма чисел на оставшихся оказалась равна 101. Какое число написано на потерянной карточке?

4. В центральной клетке доски 21×21 находится фишка. За один ход можно передвинуть фишку в соседнюю по стороне клетку. Алина сделала 10 ходов. Сколько существует клеток, где может оказаться фишка?

5. Хулиган Вася любит бегать по эскалатору в метро, причём вниз он бежит в два раза быстрее, чем вверх. Если эскалатор не работает, то, чтобы сбежать вверх и вниз, Васе потребуется 6 минут. Если эскалатор едет вниз, то, чтобы сбежать вверх и вниз, Васе потребуется 13,5 минут. Сколько секунд потребуется Васе, чтобы сбежать вверх и вниз по эскалатору, который будет ехать вверх? (Эскалатор всегда движется с постоянной скоростью.)

6. График квадратного трёхчлена $y = \frac{2}{\sqrt{3}}x^2 + bx + c$ пересекает оси координат в трёх точках K , L и M , как на рисунке ниже. Оказалось, что $KL = KM$ и $\angle LKM = 120^\circ$. Найдите корни данного трёхчлена.



7. У Олега есть четыре карточки, на каждой из которых с одной и с другой стороны написаны натуральные числа (всего написано 8 чисел). Он рассматривает всевозможные четвёрки чисел, где первое число написано на первой карточке, второе — на второй, третье — на третьей, четвёртое — на четвёртой. Затем для каждой четвёрки он выписывает произведение чисел к себе в блокнот. Чему равна сумма восьми чисел на карточках, если сумма шестнадцати чисел в блокноте Олега равна 330?

8. Прямоугольник $ABCD$ таков, что $AD = 2AB$. Точка M — середина стороны AD . Внутри прямоугольника нашлась точка K такая, что $\angle AMK = 80^\circ$ и луч KD является биссектрисой угла MKS . Сколько градусов составляет угол KDA ?

